



**KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH**

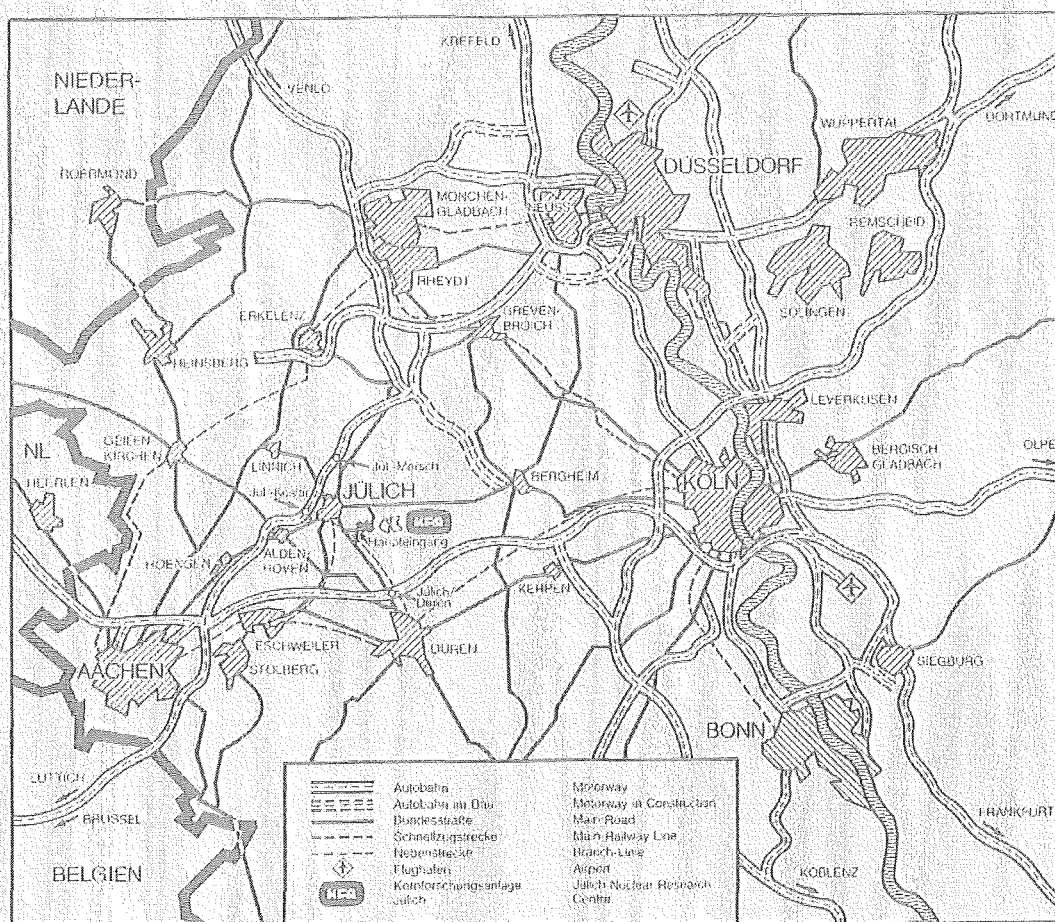
Institut für Kernphysik

**Berechnung der Bindungsenergie  
pro Nukleon und der  
Quasiteilchen-Wechselwirkung in  
Kernmaterie unter Berücksichtigung  
relativistischer Mediumeffekte**

von

Th. Hippchen

Jül-Spez-341  
Dezember 1985  
ISSN 0343-7639



Als Manuskript gedruckt

## Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 341

Institut für Kernphysik Jül-Spez-341

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: 02461/610 · Telex: 833556-0 kf d

**Berechnung der Bindungsenergie  
pro Nukleon und der  
Quasiteilchen-Wechselwirkung in  
Kernmaterie unter Berücksichtigung  
relativistischer Mediumeffekte**

von

Th. Hippchen



## Abstract

In a first part, nuclear matter calculations have been performed in the Dirac-Brueckner approach using a) a nucleon-nucleon potential of one-boson-exchange (OBE) type and b) a more realistic interaction in which the fictitious  $\sigma$ -exchange of the OBE-model is replaced by explicit  $2\pi$ - and  $\pi\rho$ -exchange diagrams. Both potential models yield the correct empirical binding energy and saturation density. It turns out that the total sum of relativistic effects caused by the explicit  $2\pi$ - and  $\pi\rho$ -exchanges is comparable to those due to  $\sigma$ -exchange.

In a second part, the nuclear quasiparticle interaction, i.e. the Landau parameters, have been calculated in the central (F), isospin (F'), spin (G) and spin-isospin (G') channel, in an analogous way. Compared to nonrelativistic calculations (including conventional medium corrections like Pauli and dispersion effects), a strong improvement has been found, especially in the F- and G-channel.

Finally, the influence of  $A_1$ -exchange is studied, in NN scattering and in nuclear matter. It turns out that, after a suitable and necessary readjustment of some meson parameters, its role is negligibly small.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
0. Überblick	1
I. Berechnung der mesonentheoretischen Nukleon-Nukleon-Potentiale in Kernmaterie	4
I.1 Relativistische Mediumeffekte in den Nukleonspinoren	4
I.2 Ein-Boson-Austausch-Potentiale	7
- OBE-Potentiale in der Helizitätsdarstellung	12
- Partialwellenentwicklung der OBE-Potentiale	18
- Formfaktoren	27
- Transformation der Potentiale in die $ JMLS\rangle$ -Darstellung	27
- Isospin-Anteil des OBEP	29
I.3 Delta-Box-Potentiale	30
- Berechnung der Übergangspotentiale	31
- Berechnung der Boxpotentiale	41
I.4 Abbildungen zu Kapitel I	44
II. Berechnung von Nukleon-Bindungsenergien in Kernmaterie	47
II.1 Numerische Berechnung von $G(P, \vec{k}, \vec{k}_0)$ , $U(k_m)$ und $E_B$	49
II.2 Bestimmung des Sättigungspunktes von Kernmaterie mit OBE-Potentialen	60
-Vergleich zweier OBE-Potentiale	65
II.3 Vergleich des $\sigma$ -Mesons mit den Delta-Boxen	66
II.4 Abbildungen zu Kapitel II	74

III.	Berechnung von Landau-Parametern und der effektiven Quasiteilchen-Wechselwirkung	81
III.1	Wirkung der Mediumeffekte im Potential auf die Quasiteilchen-Wechselwirkung	86
III.2	Vergleich verschiedener Potentiale	90
III.3	Wirkung des $A_1$ -Austausch-Potentials auf die Quasiteilchen-Wechselwirkung	92
III.4	Abbildungen zu Kapitel III	100
Anhang		115
Parametersätze (Tabellen 1,2,3,9)		126
Literaturverzeichnis		130
Danksagung		



## Überblick

Sinn und Zweck aller Kernphysik ist es, die Eigenschaften endlicher Atomkerne zu verstehen. Dazu benötigt man geeignete Nukleon-Nukleon-Potentiale, mit denen diese Eigenschaften in theoretischen Rechnungen reproduziert werden können. Unabhängig von der Güte des jeweiligen Potentials liegt eine der Hauptschwierigkeiten dabei in der Behandlung der Randeffekte an der Oberfläche eines Kernes. Daher ist es sinnvoll und auch üblich, als ersten Test für ein Potential zunächst Rechnungen in Kernmaterie durchzuführen. Unter Kernmaterie versteht man einen unendlich ausgedehnten Kern konstanter Dichte, bei dem die Zahl der Neutronen und Protonen gleich ist. Die Coulomb-Wechselwirkung wird nicht betrachtet, d.h. zwischen den Nukleonen soll nur die starke Wechselwirkung wirken. In einem solchen System gibt es natürlich keine störenden Randeffekte.

In der vorliegenden Arbeit soll, ausgehend von einem mesonentheoretischen Potential der freien Streuung, ein Nukleon-Nukleon-Potential in Kernmaterie bestimmt werden. Dies geschieht durch Berücksichtigung relativistischer Mediumeffekte in den Nukleonspinoren. Motiv für die Neubestimmung des Potentials ist die folgende Tatsache: Mit den herkömmlichen Potentialen der freien Streuung erhält man zwar eine gute Übereinstimmung zwischen den experimentellen und theoretischen Werten für die Streuphasen und die Deuteroneigenschaften, ist aber nicht in der Lage, auch den empirischen Sättigungspunkt von Kernmaterie, also die Bindungsenergie pro Nukleon und die Dichte der Kernmaterie, zu reproduzieren. Die Ergebnisse für die verschiedensten Potentiale liegen alle auf dem sog. Coester-Band, einem Band im Bindungsenergie-Dichte-Diagramm, das den empirischen Sättigungspunkt nicht enthält. Durch Berücksichtigung von konventionellen Mediumeffekten, des Pauli- oder des Dispersionseffekts, oder von



Termen höherer Ordnung der Loch-Linien-Entwicklung gelingt es nicht, das Coester-Band zu verlassen. Die Einführung relativistischer Mediumeffekte ist ein Versuch, die Eigenschaften der Kernmaterie besser zu beschreiben, als dies bisher möglich war. Es zeigt sich, daß dieser Ansatz insofern erfolgreich ist, als man mit dem neuen Potential den empirischen Sättigungspunkt reproduzieren kann. Allerdings werden bei der Berechnung verschiedene Beiträge höherer Ordnung vernachlässigt, deren Größe nicht genau bekannt ist. Das Modell hat also noch einige Schwachpunkte.

Ein weiterer Punkt dieser Arbeit ist der Vergleich zweier mesonentheoretischer Potentiale, und zwar eines Ein-Boson-Austausch-Potentials und eines um sog. Delta-Boxen erweiterten Potentials. Es ist bekannt, daß es in der freien Streuung eine Äquivalenz zwischen dem fiktiven OBE-Meson  $\sigma$  und mehrfach  $\pi$ - bzw.  $\pi p$ -Austauschprozessen gibt. Es wird gezeigt, daß dies auch in der Kernmaterie gilt. Dazu wird die Wirkung der relativistischen Mediumeffekte auf die einzelnen Beiträge zu den beiden Potentialen untersucht.

Schließlich werden in dieser Arbeit noch die Quasiteilchenwechselwirkung und die Landau-Parameter in Kernmaterie gemäß der Landau-Migdal-Theorie betrachtet. Die Landau-Parameter haben eine große Bedeutung, da es Beziehungen zwischen ihnen und verschiedenen experimentell bestimmbar Größen gibt. Man hat dadurch empirische Vergleichswerte zu den theoretischen Ergebnissen. Die ersten Rechnungen dieses Kapitels stellen eine Bestärkung des in dieser Arbeit verwendeten Potentialansatzes dar. Es wird deutlich, daß durch die Berücksichtigung der relativistischen Mediumeffekte nicht nur der Sättigungspunkt sondern auch die Landau-Parameter in Kernmaterie besser beschrieben werden können, als dies mit den herkömmlichen Potentialen möglich ist. Die hier verwendete Wechselwirkung ist allerdings viel zu simpel, um die Parameter exakt

reproduzieren zu können. Wesentlicher Punkt dieses Kapitels ist aber die Veränderung der Quasiteilchenwechselwirkung bei Einführung des  $A_1$  als zusätzliches Austauschmeson. Das direkte  $A_1$ -Austauschpotential wirkt nur im  $G'$ -Kanal. Es besteht daher die Möglichkeit, daß die relativ schlechte Beschreibung dieses Kanals durch das  $A_1$  verbessert werden kann. Die Berechnungen zeigen jedoch, daß dies nicht der Fall ist.

## Kapitel I

### Berechnung der mesonentheoretischen Nukleon-Nukleon-Potentiale in Kernmaterie

In diesem Kapitel sollen die Nukleon-Nukleon-Potentiale unter Einbeziehung der Mediumeffekte in Kernmaterie bestimmt werden. Dies wird in völliger Analogie zu den Potentialen der freien Streuung geschehen. Als Grundlage wird im ersten Abschnitt der Einfluß der Kernmaterie auf den Nukleonspinor angegeben. Im zweiten Abschnitt werden die Ein-Boson-Austausch-Potentiale und im dritten Abschnitt die iterativen Zwei-Boson-Austauschgraphen mit  $\Delta(1232)$ -Isobar-Zwischenzuständen (Delta-Box-Potentiale) berechnet.

#### I.1 Mediumeffekte in den Nukleonspinoren

Freie Nukleonen werden durch die freie Dirac-Gleichung beschrieben:

$$(\gamma^\mu p_\mu - M)u(\vec{p}, \vec{s}) = 0 \quad (\text{I.1.1})$$

Dabei hat der Dirac-Spinor  $u(\vec{p}, \vec{s})$  die folgende Form:

$$u(\vec{p}, \vec{s}) = \sqrt{\frac{E_f + m}{2E_f}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E_f + m} \end{pmatrix} \chi_s \quad (\text{I.1.2})$$

mit

$$E_f = \sqrt{p^2 + M^2} \quad (\text{I.1.3})$$

Die  $\sigma_i$  sind die bekannten Pauli-Matrizen und  $\chi_s$  ein Pauli-Spinor.

In Kernmaterie muß es Änderungen bei der Beschreibung des Nukleons geben, da dieses ständig mit seiner Umgebung in Wechselwirkung steht. Im Rahmen der Dirac-Theorie können diese Effekte durch einen Viel-Teilchen-Selbstenergieoperator  $\Sigma(\vec{p})$  berücksichtigt werden (SACP83), wodurch die Dirac-Gleichung die folgende Form annimmt:

$$(\gamma^\mu p_\mu - M - \Sigma(\vec{p})) f(\vec{p}, s) = 0 \quad (\text{I.1.4})$$

Da  $\Sigma(\vec{p})$  durch eine 4x4-Matrix dargestellt wird, sieht seine allgemeinste Form wie folgt aus:

$$\Sigma(\vec{p}) = A(\vec{p}) + \gamma_\mu B^\mu(\vec{p}) + \gamma_5 C(\vec{p}) + \gamma_5 \gamma_\mu D^\mu(\vec{p}) + \sigma_{\mu\nu} E^{\mu\nu}(\vec{p}) \quad (\text{I.1.5})$$

Die allgemeinste Form von  $\Sigma(\vec{p})$ , die mit der Forderung nach Lorenz- und Translationsinvarianz, Hermitizität, Paritätserhaltung sowie Zeitumkehrinvarianz verträglich ist, lautet (HoSe82, HoSe84, Jam83):

$$\Sigma(\vec{p}) = A(\vec{p}) + \gamma^0 B(\vec{p}) + \vec{\gamma} \cdot \vec{q} C'(\vec{p}) \quad (\text{I.1.6})$$

$C'(\vec{p})$  ist so klein, daß man diesen Term in guter Näherung vernachlässigen kann (SACP83). Damit reduziert sich der Selbstenergieoperator auf:

$$\Sigma(\vec{p}) = A(\vec{p}) + \gamma^0 B(\vec{p}) \quad (\text{I.1.7})$$

$A(\vec{p})$  und  $B(\vec{p})$  hängen nur sehr schwach von  $\vec{p}$  ab. Daher sollen sie in dieser Arbeit als konstant angesehen werden. Mit

$$\sum (\vec{p}) = \sum = A + \gamma_0 B \quad (\text{I.1.8})$$

ist Gl. (I.1.4) leicht zu lösen. Der Nukleonspinor  $f(\vec{p}, \vec{s})$  sieht wie folgt aus:

$$f(p, s) = \gamma \sqrt{\frac{E^* + M^*}{2E^*}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E^* + M^*} \end{pmatrix} \chi_s \quad (\text{I.1.9})$$

Dabei ist

$$M^* = M + A \quad (\text{I.1.10})$$

$$E^* = \sqrt{p^2 + M^{*2}}$$

Der Normierungsfaktor des Spinors wird durch die Bedingung  $f^\dagger f = 1$  festgelegt.

Für die Ein-Teilchen-Energie ergibt sich:

$$E = \sqrt{p^2 + M^{*2}} + B = E^* + B \quad (\text{I.1.11})$$

Zu Gl. (I.1.4) muß folgende Anmerkung gemacht werden. Diese Gleichung stellt einen Ansatz zur Beschreibung des Nukleons in Kernmaterie dar. Für die Gültigkeit dieses Ansatzes muß eine Bedingung erfüllt sein, die leicht übersehen werden kann, solange man den neuen Spinor  $f(\vec{p}, \vec{s})$  als völlig unabhängig von den alten Dirac-Spinoren ansieht. Man kann  $f(\vec{p}, \vec{s})$  nach den Dirac-Spinoren für freie Nukleonen und Antinukleonen entwickeln (SACP83):

$$f(\vec{p}, \vec{s}) = \alpha(\vec{p}) u(\vec{p}, \vec{s}) + \beta(\vec{p}) \sum_{s'} \left\langle s' \left| \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{p} \right| s \right\rangle v(-\vec{p}, -\vec{s}') \quad (\text{I.1.12})$$

$v(\vec{p}, \vec{s})$  ist ein Antinukleonspinor gemäß der Notation von (BjDr64).

Man sieht, daß in  $f(\vec{p}, \vec{s})$  zu einem gewissen Maß auch die Antinukleonen des Dirac-Sees eingehen. Das bedeutet, in ein Nukleon-Nukleon-Potential geht auch die Wechselwirkung zwischen den Nukleonen der Kernmaterie und den Zuständen negativer Energie des Dirac-Sees ein. Im Ein-Boson-Austausch-Modell des nächsten Abschnitts treten daher drei Typen von Wechselwirkungsvertices auf: Nukleon-Nukleon- $\pi$ , Nukleon-Antinukleon- $\pi$  und Antinukleon-Antinukleon- $\pi$ . Das  $\pi$  ist nur ein Beispiel aus einer ganzen Gruppe von Austauschmesonen. Um die Berechnung des Potentials mit dem zusammengesetzten Spinor  $f(\vec{p}, \vec{s})$  durchführen zu können, anstatt die Entwicklung (I.1.12) zu benutzen, muß man den Ansatz machen, daß die drei Vertices gleich sind. Konkret bedeutet das, die Cut-Off-Massen der Formfaktoren müssen gleich sein. (Die Erläuterung der Begriffe erfolgt später). Diese Bedingung ist kein Problem, solange alle beteiligten Teilchen als punktförmig angesehen werden. Wechselt man aber ins Quarkbild, so ist die Gleichheit nicht mehr automatisch gegeben. wie man sich anhand der entsprechende Feynman-Graphen leicht klar machen kann.

## I.2 Ein-Boson-Austausch-Potentiale

Beschreibt man die Wechselwirkung zweier Nukleonen im Ein-Boson-Austausch (OBE)-Modell, so ergibt sich das Potential als Summe von Übergangsmatrixelementen (BjDr64), die durch ein-Meson-Austausch-Diagramme wie in Abb. 1 dargestellt werden können. Dabei sind  $\vec{p}_i, E_i, s_i$  die Impulse, Energien und Spins der beiden einlaufenden Teilchen,  $\vec{p}'_i, E'_i, s'_i$  diejenigen der auslaufenden Teilchen ( $i=1,2$ ).  $\vec{k}, m, s$  stellen Impuls, Masse und Spin des virtuellen Austauschmesons dar, dessen Energie  $\omega$  sich aus

$$\omega = \sqrt{\vec{k}^2 + m^2} \quad \vec{k} = \vec{p}_1 - \vec{p}_1' \quad (I.2.1)$$

ergibt.

Der Graph in Abb. 1 steht für die Summe der beiden Graphen, die die zwei möglichen Zeitordnungen darstellen, wie dies in Abb. 2 angedeutet ist. Die Analyse nuklearer Streuphasen (für Laborenergien bis 300 MeV) zeigt für das OBE-Modell, daß die wesentlichen Beiträge von skalaren, pseudoskalaren und vektoriellen Austauschmesonen stammen, d.h. es kommen folgende Mesonen in Frage:

$J^P = 0^+$ (skalar):	$\sigma, \delta$
$J^P = 0^-$ (pseudoskalar):	$\pi, \eta$
$J^P = 1^-$ (vektoriell):	$\rho, \omega$

Mesonen mit größeren Spins haben sehr hohe Massen und können wegen der daraus resultierenden extremen Kurzreichweitigkeit der Potentiale vernachlässigt werden. Dies gilt an sich auch für das pseudovektorielle  $A_1$ -Meson ( $J_p = 1^+$ ). Da dies aber in Kapitel III benötigt wird, soll hier auch das  $A_1$ -Potential bestimmt werden.

Die Potentiale werden im Impulsraum berechnet. Sie enthalten nicht-lokale Ausdrücke, deren Behandlung im Impulsraum keinerlei mathematische Schwierigkeiten bereitet, während für eine analytische Fourier-Transformation in den Ortsraum drastische Näherungen gemacht werden müssen (Erk74, HoMu81).

Ausgangspunkt für die Berechnung sind die Wechselwirkungs-Lagrange-Dichten. Den Referenzen (Erk74, DuBr84) kann man folgende Ausdrücke für die verschiedenen Austauschmesonen entnehmen:



Skalarmesonen:  $\mathcal{L}_S = \sqrt{4\pi} g_S \bar{\psi} \psi \phi^{(S)}$

Pseudoskalarmesonen:  $\mathcal{L}_{ps}^D = \sqrt{4\pi} g_{ps} \bar{\psi} i \gamma^5 \psi \phi^{(ps)}$

$$\mathcal{L}_{ps}^G = \sqrt{4\pi} \frac{f_{ps}}{m_{ps}} \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi \partial_\mu \phi^{(ps)}$$

(I.2.2)

Vektormesonen:  $\mathcal{L}_V = \sqrt{4\pi} g_V \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \phi_\mu^{(V)}$   
 $+ \sqrt{4\pi} \frac{f_V}{4M} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi (\partial_\mu \phi_\nu^{(V)} - \partial_\nu \phi_\mu^{(V)})$

Pseudovektormesonen:  $\mathcal{L}_{pV} = \sqrt{4\pi} g_{pV} \bar{\psi} \gamma^5 \gamma^\mu \psi \phi_\mu^{(pV)}$

Dabei ist  $\psi$  der Nukleonenfeldoperator,  $\bar{\psi}$  sein adjungierter Operator und  $\phi^{(\alpha)}$  der Mesonfeldoperator. Die  $g_\alpha$  bzw.  $f_\alpha$  sind Kopplungskonstanten.

Die prinzipielle Form dieser Lagrange-Dichten ergibt sich aus der Tatsache, daß sie skalare Größen sind. Das bedeutet für den aus  $\gamma$ -Matrizen zusammengesetzten Kopplungsterm, daß er dieselben Transformationseigenschaften aufweisen muß wie der Mesonfeldoperator bzw. dessen Ableitung. Die Darstellung der dabei benutzten  $\gamma$ -Matrizen stammt aus (RjDr64). Wie man sieht, gibt es für pseudoskalare Mesonen zwei verschiedene Möglichkeiten: die direkte oder  $\gamma^5$ -Kopplung und die Gradientenkopplung. Im Fall der freien Streuung liefern sie die gleichen Resultate, da sie "on-shell" in erster Ordnung Störungstheorie äquivalent sind. Zwischen den Kopplungskonstanten besteht die Beziehung:

$$f_{ps}^2 = \left(\frac{m_{ps}}{2M}\right)^2 g_{ps}^2 \quad (I.2.3)$$

Dies soll im Anhang gezeigt werden. In Kernmaterie führt die  $\gamma^5$ -Kopplung nicht zu den experimentell erwarteten, sondern zu prinzipiell falschen Ergebnissen, was in Kapitel II zu sehen sein wird. Daher wird in dieser Arbeit nur die Gradientenkopplung verwendet.

Der allgemeine Ansatz für die analytische Berechnung der Diagramme in der freien Streuung ist (Erk74):

$$V_{\alpha}(\vec{p}', \vec{p}) = \bar{u}(-\vec{p}', \vec{s}_2') r_{\alpha}^{(2)} u(-\vec{p}, \vec{s}_2) P_{\alpha} \bar{u}(\vec{p}', \vec{s}_1') r_{\alpha}^{(1)} u(\vec{p}, \vec{s}_1) \quad (I.2.4)$$

Dabei wurde hier das Schwerpunktsystem vorausgesetzt:

$$\vec{p}_1 = \vec{p} = -\vec{p}_2 \quad \vec{p}_1' = \vec{p}' = -\vec{p}_2'$$

Analog dazu gilt in Kernmaterie:

$$V_{\alpha}(\vec{p}', \vec{p}) = \bar{f}(-\vec{p}', \vec{s}_2') r_{\alpha}^{(2)} f(-\vec{p}, \vec{s}_2) P_{\alpha} \bar{f}(\vec{p}', \vec{s}_1') r_{\alpha}^{(1)} f(\vec{p}, \vec{s}_1) \quad (I.2.5)$$

$\alpha = s, ps, v, pv$

Die Kopplungen an den beiden Vertices sind:

$$\begin{aligned} \Gamma_s &= \sqrt{4\pi} g_s \\ \Gamma_{ps} &= \sqrt{4\pi} i \frac{f_{ps}}{m_{ps}} \gamma^5 \gamma^{\mu} (p' - p)_{\mu} \\ \Gamma_v &= \sqrt{4\pi} g_v \gamma^{\mu} + \sqrt{4\pi} i \frac{f_v}{2M} \sigma^{\mu\kappa} (p' - p)_{\kappa} \\ \Gamma_{pv} &= \sqrt{4\pi} g_{pv} \gamma^5 \gamma^{\mu} \end{aligned} \quad (I.2.6)$$

Die  $P_\alpha$  sind die Mesonenpropagatoren. Sämtliche Rechnungen in dieser Arbeit (bis auf ausdrücklich erwähnte Ausnahmen) werden in zeitgeordneter nichtkovarianter Störungstheorie durchgeführt. Damit ergeben sich für die  $P_\alpha$  die Ausdrücke

$$P_\alpha = \frac{1}{2\omega_\alpha} \left( \frac{1}{Z-E_1-E_2-\omega_\alpha} + \frac{1}{Z-E_1'-E_2'-\omega_\alpha} \right) \quad \text{für } \alpha = s, ps \quad (I.2.7)$$

und

$$P_\alpha = \frac{-g^{\mu\nu}}{2\omega_\alpha} \left( \frac{1}{Z-E_1-E_2-\omega_\alpha} + \frac{1}{Z-E_1'-E_2'-\omega_\alpha} \right) \quad \text{für } \alpha = v, pv$$

$Z$  ist die sog. Startenergie, die Summe der Energien der einlaufenden Teilchen:

$$Z = E_1 + E_2 \quad (I.2.8)$$

$g^{\mu\nu}$  ist der aus der speziellen Relativitätstheorie bekannte metrische Tensor. Alle weiteren Größen sind in Abb. 1 erklärt.

Die beiden Summanden in den  $P_\alpha$  stehen für die zwei verschiedenen Zeitordnungen aus Abb. 2.

Bei konsequenter Einbeziehung der Mediumeffekte müßte man für die Einteilchenenergien  $E_i, E_i'$  Ausdrücke wie in Gl. (I.1.11) wählen. Dies geschieht jedoch nicht. In (HoMa85) ist gezeigt worden, daß in den Mesonpropagatoren die Änderungen der Nukleonenergien durch Änderung der Mesonenergien größtenteils wieder aufgehoben wird. Es werden also freie Einteilchenenergien wie in Gl. (I.1.3) verwendet.

# OBEP-Potentiale in Helizitätsdarstellung

Die Berechnung der Potentiale erfolgt in der Helizitätsdarstellung der Nukleon-Spinoren, d.h.

$$f_{\lambda}(\vec{p}) = \gamma \sqrt{\frac{\epsilon}{2E^*}} \begin{pmatrix} \epsilon \\ \frac{2\lambda p}{\epsilon} \end{pmatrix} |\lambda\rangle \quad (I.2.9)$$

Die Spinoren  $|\lambda\rangle$  sind Eigenzustände des Helizitätsoperators:

$$\frac{\vec{s} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} = \frac{1}{2} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{|\vec{p}|} \quad (I.2.10)$$

mit den Eigenwerten  $\lambda = \pm 1/2$ .

Die für Gl. (I.2.9) und die folgenden Berechnungen notwendigen Abkürzungen lauten:

$$\begin{array}{lll} E^* = \sqrt{p^2 + M^{*2}} & \epsilon = E^* + M^* & E = E^* + B \\ E^{*'} = \sqrt{p'^2 + M^{*2}} & \epsilon' = E^{*'} + M^* & E' = E^{*'} + B \\ E_f = \sqrt{p^2 + M^2} & \epsilon_f = E_f + M & \\ E_f' = \sqrt{p'^2 + M^2} & \epsilon_f' = E_f' + M & \end{array} \quad (1.2.11)$$

Die in Gl. (I.2.5) auftretenden Produkte aus Spinoren und  $\gamma$ -Matrizen sind im Anhang aufgeführt. Damit ergeben sich für die Matrixelemente des OBEP die folgenden Ausdrücke:

skalare Kopplung:

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1' \lambda_2' | V_S(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ = 4\pi g_S^2 P_S \frac{\varepsilon \varepsilon'}{4E^* E'^*} \left(1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \left(1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \end{aligned} \quad (I.2.12)$$

pseudoskalare Kopplung:

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1' \lambda_2' | V_{PS}(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= -4\pi \frac{f_{PS}^2}{m_{PS}^2} \frac{\varepsilon \varepsilon'}{E^* E'^*} p_{pV} \\ &\times \left[ (E'^* - E^*) \left( \frac{\lambda_2' p'}{\varepsilon'} + \frac{\lambda_2 p}{\varepsilon} \right) - (\lambda_2' p' - \lambda_2 p) \left( 1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) \right] \\ &\times \left[ (E'^* - E^*) \left( \frac{\lambda_1' p'}{\varepsilon'} + \frac{\lambda_1 p}{\varepsilon} \right) - (\lambda_1' p' - \lambda_1 p) \left( 1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) \right] \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \end{aligned} \quad (I.2.13)$$

Pseudovektorkopplung:

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1' \lambda_2' | V_{pV}(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= -4\pi g_{pV}^2 \frac{\varepsilon \varepsilon'}{4E^* E'^*} \frac{1}{\omega_{pV}(E_f - E_f' - \omega_{pV})} \\ &\times \left\{ \left( \frac{2\lambda_2' p'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_2 p}{\varepsilon} \right) \left( \frac{2\lambda_1' p'}{\varepsilon'} + \frac{2\lambda_1 p}{\varepsilon} \right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right. \\ &\left. - \left( 1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) \left( 1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right\} \end{aligned} \quad (I.2.14)$$

Vektorkopplung:

Bevor der Vektoranteil des ONE-Potentials berechnet werden kann, muß zunächst der zweite Teil der Kopplung aus Gl. (I.2.6), der sog. Tensorteil:

$$\sqrt{4\pi} i \frac{f_V}{2M} \sigma^{\mu\kappa} (p' - p)_\kappa$$

mit Hilfe der Gordon-Zerlegung aufgespalten werden:

$$\begin{aligned} & \sqrt{4\pi} f_V \bar{f} \frac{i}{2M} \sigma^{\mu\kappa} (p' - p)_\kappa f \\ & = \sqrt{4\pi} f_V \left\{ \frac{M^*}{M} \bar{f} \gamma^\mu f - \frac{1}{2M} \bar{f} ((p' + p)^\mu - 2B \delta_{\mu,0}) f \right\} \end{aligned} \quad (I.2.15)$$

Für  $\mu=0$  ergibt sich

$$\begin{aligned} & \sqrt{4\pi} f_V \left\{ \frac{M^*}{M} \bar{f} \gamma^0 f - \frac{1}{2M} \bar{f} (E + E' - 2B) f \right\} \\ & = \sqrt{4\pi} f_V \left\{ \frac{M^*}{M} \bar{f} \gamma^0 f - \frac{1}{2M} \bar{f} (E^* + E'^*) f \right\} \end{aligned} \quad (I.2.16)$$

Da die Gordon-Zerlegung in Kernmaterie anders als für die freie Streuung aussieht, ist ihre Herleitung im Anhang angegeben.

Mit der Zerlegung in (I.2.5) ergeben sich für die Vektorkopplung 4 verschiedene Terme. Läßt man zunächst Propagatoren und konstante Vorfaktoren weg, so erhält man:

$$\begin{aligned} 1) & \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') \gamma_\mu f_{\lambda_2}(-\vec{p}) \bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') \gamma^\mu f_{\lambda_1}(\vec{p}) \\ & = \frac{\epsilon \epsilon'}{4E^*E'^*} \left[ \left(1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'}\right) \left(1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'}\right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right. \\ & \quad \left. - \left(\frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\epsilon'}\right) \left(\frac{2\lambda_1 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\epsilon'}\right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2) \quad & \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') \gamma_\mu f_{\lambda_2}(-\vec{p}) \bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') ((p'+p)_1^\mu - 2B\delta_{\mu,0}) f_{\lambda_1}(\vec{p}) \\
 &= \frac{\varepsilon \varepsilon'}{4E^*E^{*\prime}} \left[ \left(1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \left(1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) (E^* + E^{*\prime}) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right. \\
 &\quad \left. - \left(\frac{2\lambda_2 p}{\varepsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\varepsilon'}\right) \left(1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) (p'+p)^k \langle \lambda_2' | \sigma_k | \lambda_2 \rangle \langle \lambda_1' | \lambda_1 \rangle \right] \\
 3) \quad & \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') ((p'+p)_2^\mu - 2B\delta_{\mu,0}) f_{\lambda_2}(-\vec{p}) \bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') \gamma^\mu f_{\lambda_1}(\vec{p}) \\
 &= \frac{\varepsilon \varepsilon'}{4E^*E^{*\prime}} \left[ \left(1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \left(1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) (E^* + E^{*\prime}) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right. \\
 &\quad \left. + \left(1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \left(\frac{2\lambda_1 p}{\varepsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\varepsilon'}\right) (p'+p)^k \langle \lambda_2' | \lambda_2 \rangle \langle \lambda_1' | \sigma_k | \lambda_1 \rangle \right] \quad (I.2.17) \\
 4) \quad & \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') ((p'+p)_2^\mu - 2B\delta_{\mu,0}) f_{\lambda_2}(-\vec{p}) \bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') ((p'+p)_{1,\mu} - 2B\delta_{\mu,0}) f_{\lambda_1}(\vec{p}) \\
 &= \frac{\varepsilon \varepsilon'}{4E^*E^{*\prime}} \left(1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \left(1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \\
 &\quad \times [(E^* + E^{*\prime})^2 + p^2 + p'^2 + 2pp' \cos \vartheta] \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle
 \end{aligned}$$

Dabei ist  $\vartheta$ , der Winkel zwischen  $\vec{p}$  und  $\vec{p}'$ , im CMS auch der Streuwinkel.

Das nach Kopplungskonstanten geordnete Ergebnis für die Vektorkopplung ist also:

$$\begin{aligned}
 \langle \lambda_1' \lambda_2' | v_V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= -4\pi \frac{\varepsilon \varepsilon'}{4E^*E^{*\prime}} \frac{1}{\omega_V(E_f - E_f' - \omega_V)} \\
 &\times \left\{ g_V^2 \left[ \left(1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \left(1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\varepsilon \varepsilon'}\right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - \left(\frac{2\lambda_2 p}{\varepsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\varepsilon'}\right) \left(\frac{2\lambda_1 p}{\varepsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\varepsilon'}\right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \right] \right\}
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + f_V g_V \left[ \left\{ 2 \frac{M^*}{M} \left( 1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \right. \right. \\
& - \frac{1}{2M} \left( 1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) (E^* + E^{*'}) \\
& - \frac{1}{2M} \left( 1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) (E^* + E^{*'}) \left. \right\} \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\
& - 2 \frac{M^*}{M} \left( \frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\epsilon'} \right) \left( \frac{2\lambda_1 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\epsilon'} \right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\
& + \frac{1}{2M} \left( \frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\epsilon'} \right) \left( 1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) (p' + p)^k \langle \lambda_2' | \sigma_k | \lambda_2 \rangle \langle \lambda_1' | \lambda_1 \rangle \\
& - \frac{1}{2M} \left( 1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( \frac{2\lambda_1 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\epsilon'} \right) (p' + p)^k \langle \lambda_2' | \lambda_2 \rangle \langle \lambda_1' | \sigma_k | \lambda_1 \rangle \left. \right] \\
& + f_V^2 \left[ \left\{ \left( \frac{M^*}{M} \right)^2 \left( 1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \right. \right. \\
& - \frac{M^*}{2M^2} \left( 1 + \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) (E^* + E^{*'}) \\
& - \frac{M^*}{2M^2} \left( 1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 + \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) (E^* + E^{*'}) \\
& + \frac{1}{4M^2} \left( 1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( 1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \\
& \times \left. \left[ (E^* + E^{*'})^2 + p^2 + p'^2 + 2pp' \cos \vartheta \right] \right\} \langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\
& - \left( \frac{M^*}{M} \right)^2 \left( \frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\epsilon'} \right) \left( \frac{2\lambda_1 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\epsilon'} \right) \langle \lambda_1' \lambda_2' | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\
& + \frac{M^*}{2M^2} \left( \frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} \right)^2 \left( \frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_2' p'}{\epsilon'} \right) \left( 1 - \frac{4\lambda_1 \lambda_1' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) (p' + p)^k \langle \lambda_2' | \sigma_k | \lambda_2 \rangle \langle \lambda_1 | \lambda_2 \rangle \\
& - \frac{M^*}{2M^2} \left( 1 - \frac{4\lambda_2 \lambda_2' p p'}{\epsilon \epsilon'} \right) \left( \frac{2\lambda_1 p}{\epsilon} + \frac{2\lambda_1' p'}{\epsilon'} \right) (p' + p)^k \langle \lambda_2' | \lambda_2 \rangle \langle \lambda_1' | \sigma_k | \lambda_2 \rangle \left. \right\}
\end{aligned}$$

In den Ausdrücken für die Potentiale sind noch die Helizitätsmatrixelemente unbekannt. Diese sind in (Erk74, EAH71) berechnet worden.

$$\langle \lambda_1' | \lambda_1 \rangle = |\lambda_1' + \lambda_1| \cos \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_1' - \lambda_1) \sin \frac{\vartheta}{2} \quad (\text{I.2.19})$$

$$\langle \lambda_2' | \lambda_2 \rangle = |\lambda_2' + \lambda_2| \cos \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_2' - \lambda_2) \sin \frac{\vartheta}{2}$$

$$\langle \lambda_1' | \sigma_x | \lambda_1 \rangle = |\lambda_1' - \lambda_1| \cos \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_1' + \lambda_1) \sin \frac{\vartheta}{2}$$

$$\langle \lambda_1' | \sigma_y | \lambda_1 \rangle = i (|\lambda_1' - \lambda_1| \sin \frac{\vartheta}{2} - (\lambda_1' - \lambda_1) \cos \frac{\vartheta}{2})$$

$$\langle \lambda_1' | \sigma_z | \lambda_1 \rangle = (\lambda_1' + \lambda_1) \cos \frac{\vartheta}{2} - |\lambda_1' - \lambda_1| \sin \frac{\vartheta}{2}$$

(I.2.20)

$$\langle \lambda_2' | \sigma_x | \lambda_2 \rangle = |\lambda_2' - \lambda_2| \cos \frac{\vartheta}{2} - (\lambda_2' + \lambda_2) \sin \frac{\vartheta}{2}$$

$$\langle \lambda_2' | \sigma_y | \lambda_2 \rangle = i (|\lambda_2' - \lambda_2| \sin \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_2' - \lambda_2) \cos \frac{\vartheta}{2})$$

$$\langle \lambda_2' | \sigma_z | \lambda_2 \rangle = -(\lambda_2' + \lambda_2) \cos \frac{\vartheta}{2} - |\lambda_2' - \lambda_2| \sin \frac{\vartheta}{2}$$

Daraus folgt dann:

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \{ |\lambda_2' + \lambda_2| \cos \frac{\vartheta}{2}$$

(I.2.21)

$$- (\lambda_2' - \lambda_2) \sin \frac{\vartheta}{2} \} \{ |\lambda_1' + \lambda_1| \cos \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_1' - \lambda_1) \sin \frac{\vartheta}{2} \}$$

$$\begin{aligned}
 & \langle \lambda_1' \lambda_2' | \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\
 &= \{ |\lambda_1' - \lambda_1| \cos \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_1' + \lambda_1) \sin \frac{\vartheta}{2} \} \{ |\lambda_2' - \lambda_2| \cos \frac{\vartheta}{2} - (\lambda_2' + \lambda_2) \sin \frac{\vartheta}{2} \} \\
 & \quad (I.2.22) \\
 & - \{ |\lambda_1' - \lambda_1| \sin \frac{\vartheta}{2} - (\lambda_1' + \lambda_1) \cos \frac{\vartheta}{2} \} \{ |\lambda_2' - \lambda_2| \sin \frac{\vartheta}{2} + (\lambda_2' + \lambda_2) \cos \frac{\vartheta}{2} \} \\
 & + \{ (\lambda_1' + \lambda_1) \cos \frac{\vartheta}{2} - |\lambda_1' - \lambda_1| \sin \frac{\vartheta}{2} \} \{ -(\lambda_2' + \lambda_2) \cos \frac{\vartheta}{2} - |\lambda_2' - \lambda_2| \sin \frac{\vartheta}{2} \}
 \end{aligned}$$

### Partialwellenentwicklung der OBE-Potentiale

Da das OBE-Potential rotationsinvariant ist, kann man die Potentialmatrixelemente  $\langle \lambda_1' \lambda_2' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$  nach den Gesamtdrehimpulseigenfunktionen  $|JM \lambda_1 \lambda_2 \rangle$  entwickeln. Wählt man die Einfallsrichtung  $\vec{p}$  als z-Achse, so lautet diese Entwicklung (Erk74):

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_J (2J+1) d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta) \langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(p', p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \quad (I.2.23)$$

$\vartheta$  ist der Streuwinkel,  $\lambda = \lambda_1 - \lambda_2$ ,  $\lambda' = \lambda_1' - \lambda_2'$ .

Die  $d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta)$  sind die reduzierten Rotationsmatrizen mit der Eigenschaft:

$$d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta) = d_{-\lambda', -\lambda}^J(\vartheta) = (-1)^{\lambda - \lambda'} d_{\lambda', \lambda}^J(\vartheta) \quad (I.2.24)$$

Unter Verwendung der Orthogonalitätsrelation

$$\int d(\cos \vartheta) d_{\lambda\lambda'}^J(\vartheta) d_{\lambda\lambda'}^{J'}(\vartheta) = \frac{2}{2J+1} \delta_{J, J'} \quad (I.2.25)$$

kann man Gl. (I.2.23) leicht umkehren und erhält:

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(p', p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = 2\pi \int_{-1}^1 d(\cos \vartheta) d_{\lambda \lambda'}^J(\vartheta) \langle \lambda_1' \lambda_2' | V(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \quad (\text{I.2.26})$$

Diese neuen Matrixelemente sind nicht mehr von den Richtungen von  $\vec{p}'$  und  $\vec{p}$  abhängig, sondern nur noch von deren Beträgen. Für sie gelten die folgenden Invarianzprinzipien:

Paritätserhaltung:

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(p', p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \langle -\lambda_1' -\lambda_2' | V^J(p', p) | -\lambda_1 -\lambda_2 \rangle \quad (\text{I.2.27})$$

Gesamtspinerhaltung:

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(p', p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_2' \lambda_1' | V^J(p', p) | \lambda_2 \lambda_1 \rangle \quad (\text{I.2.28})$$

Damit kann man die Zahl der  $V^J$ -Amplituden von 16 möglichen auf 6 unabhängige Amplituden reduzieren. Gewählt werden die folgenden (Erk74):

$$\begin{aligned} v_1^J &= \langle ++ | V^J(q', q) | ++ \rangle & v_2^J &= \langle ++ | V^J(q', q) | -- \rangle \\ v_3^J &= \langle +- | V^J(q', q) | +- \rangle & v_4^J &= \langle +- | V^J(q', q) | -+ \rangle \\ v_5^J &= \langle ++ | V^J(q', q) | +- \rangle & v_6^J &= \langle +- | V^J(q', q) | ++ \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.2.29})$$

Dabei steht + für  $\lambda = + 1/2$  und - für  $\lambda = - 1/2$ .

Zur Lösung der Streugleichung und der Bethe-Goldstone-Gleichung benutzt man Linearkombinationen der  $V_i^J$ , da man damit eine teilweise Entkopplung der betreffenden Gleichung erreichen kann.

$$\begin{aligned}
 {}^0V^J &= V_1^J - V_2^J & {}^{12}V^J &= V_1^J + V_2^J \\
 {}^1V^J &= V_3^J - V_4^J & {}^{34}V^J &= V_3^J + V_4^J \\
 {}^5V^J &= 2V_5^J & {}^6V^J &= 2V_6^J
 \end{aligned} \tag{I.2.30}$$

Um nun die Potentialamplituden explizit ausrechnen zu können, muß man die Potentiale in Helizitätsdarstellung aus den Gl. (I.2.12), (I.2.13), (I.2.14) und (I.2.18) in Gl. (I.2.26) einsetzen. Zur Durchführung der dort auftretenden Winkelintegration drückt man die reduzierten Rotationsmatrizen durch Legendre-Polynome  $P_J(\cos \vartheta)$  aus. Die benötigten Relationen sind:

$$\begin{aligned}
 d_{00}^J &= P_J \\
 (1+\cos \vartheta) d_{11}^J &= P_J + \frac{J+1}{2J+1} P_{J-1} + \frac{J}{2J+1} P_{J+1} \\
 (1-\cos \vartheta) d_{-11}^J &= -P_J + \frac{J+1}{2J+1} P_{J-1} + \frac{J}{2J+1} P_{J+1} \\
 \sin \vartheta d_{10}^J &= -\sin \vartheta d_{01}^J = \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} (P_{J+1} - P_{J-1})
 \end{aligned} \tag{I.2.31}$$

Damit bleiben 3 verschiedene Terme im Integranden von Gl. (I.2.26), die winkelabhängig sind:

- die Legendre-Polynome
- Potenzen von  $\sin \vartheta$  und  $\cos \vartheta$ , die aus den Helizitätsmatrixelementen der Gl. (I.2.19) bis (I.2.22) sowie aus der Vektorkopplung stammen
- die Mesonpropagatoren, da die Mesonenergie  $\omega_\alpha = \sqrt{(\vec{p}' - \vec{p})^2 + m_\alpha^2}$  den Streuwinkel enthält.

Weitere, noch dazu kommende Terme sind zwei Formfaktoren  $F_\alpha(\vec{p}, \vec{p}')$ , die später noch genauer behandelt werden. Sie enthalten wie  $\omega_\alpha$  den Ausdruck  $(\vec{p}' - \vec{p})^2$ . Die restlichen Teile des Integranden sind nicht winkelabhängig und können somit vor das Integral gezogen werden. Es bleiben daher nur 7 verschiedene Integrale übrig, die numerisch gelöst werden können:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \frac{P_J(\cos\vartheta) F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)} \\
 I_2 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \cos\vartheta P_J(\cos\vartheta) \frac{F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)} \\
 I_3 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \left( \frac{J+1}{2J+1} P_{J-1}(\cos\vartheta) + \frac{J}{2J+1} P_{J+1}(\cos\vartheta) \right) \frac{F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)} \\
 I_4 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} (P_{J+1}(\cos\vartheta) - P_{J-1}(\cos\vartheta)) \frac{F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)} \\
 I_5 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \cos^2\vartheta P_J(\cos\vartheta) \frac{F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)} \\
 I_6 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \cos\vartheta \left( \frac{J+1}{2J+1} P_{J-1}(\cos\vartheta) + \frac{J}{2J+1} P_{J+1}(\cos\vartheta) \right) \\
 &\quad \times \frac{F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)} \\
 I_7 &= \int_0^1 d(\cos\vartheta) \cos\vartheta \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} (P_{J+1}(\cos\vartheta) - P_{J-1}(\cos\vartheta)) \\
 &\quad \times \frac{F_\alpha^1(\vec{p}, \vec{p}') F_\alpha^2(\vec{p}, \vec{p}')}{\omega_\alpha(E_f - E_f' - \omega_\alpha)}
 \end{aligned}$$

Es können nun die Potentialamplituden aus den Gl. (I.2.30) für die einzelnen Austauschmesonen berechnet werden. Dabei erfolgt noch eine Multiplikation mit  $(2\pi)^{-3}$ . Dieser Faktor ist für die Normierung der Nukleonfeldoperatoren notwen-

dig. Wegen der besseren Übersichtlichkeit werden zunächst einige Abkürzungen definiert:

$$A_1 = \frac{p'}{\varepsilon^*} - \frac{p}{\varepsilon} \quad A_2 = \frac{p'}{\varepsilon^*} + \frac{p}{\varepsilon}$$

$$A_3 = 1 - \frac{pp'}{\varepsilon\varepsilon^*} \quad A_4 = 1 + \frac{pp'}{\varepsilon\varepsilon^*}$$

$$K_\alpha = \frac{1}{2\pi} \frac{\varepsilon\varepsilon^*}{4E^*E^{*\prime}} \frac{1}{\omega_\alpha (E_f - E_f' - \omega_\alpha)}$$

### skalare Mesonen

$$^0V = g_S^2 K_S [(A_3^2 + A_4^2)I_1 + (A_3^2 - A_4^2)I_2]$$

$$^{12}V = g_S^2 K_S [(A_3^2 - A_4^2)I_1 + (A_3^2 + A_4^2)I_2]$$

$$^1V = g_S^2 K_S [(A_3^2 + A_4^2)I_1 + (A_3^2 - A_4^2)I_3]$$

(I.2.33)

$$^{34}V = g_S^2 K_S [(A_3^2 - A_4^2)I_1 + (A_3^2 + A_4^2)I_3]$$

$$^5V = -2g_S^2 K_S A_3 A_4 I_4$$

$$^6V = -2g_S^2 K_S A_3 A_4 I_4$$

### pseudoskalare Mesonen

$$A_{24} = (E^{*\prime} - E^*)A_2 - (p' - p)A_4$$

$$A_{13} = (E^{*\prime} - E^*)A_1 - (p' + p)A_3$$



$$\begin{aligned}
 {}^0_V &= - \frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2} K_{ps} [ (A_{24}^2 + A_{13}^2) I_1 + (A_{24}^2 - A_{13}^2) I_2 ] \\
 {}^{12}_V &= - \frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2} K_{ps} [ (A_{24}^2 - A_{13}^2) I_1 + (A_{24}^2 + A_{13}^2) I_2 ] \\
 {}^1_V &= - \frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2} K_{ps} [ (-A_{24}^2 - A_{13}^2) I_1 + (-A_{24}^2 + A_{13}^2) I_3 ] \\
 {}^{34}_V &= - \frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2} K_{ps} [ (-A_{24}^2 + A_{13}^2) I_1 + (-A_{24}^2 - A_{13}^2) I_3 ] \\
 {}^5_V &= 2 \frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2} K_{ps} A_{24} A_{13} I_4 \\
 {}^6_V &= -2 \frac{f_{ps}^2}{m_{ps}^2} K_{ps} A_{24} A_{13} I_4
 \end{aligned} \tag{I.2.34}$$

#### Pseudovektormesonen

$$\begin{aligned}
 A_{1P2} &= A_1^2 + A_2^2 & A_{1M2} &= A_1^2 - A_2^2 \\
 A_{3P4} &= A_3^2 + A_4^2 & A_{3M4} &= A_3^2 - A_4^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 {}^0_V &= -g_{pv}^2 K_{pv} [ A_{1P2} + 3A_{3P4} ) I_1 + (-A_{1M2} + A_{3M4}) I_2 ] \\
 {}^{12}_V &= -g_{pv}^2 K_{pv} [ (-A_{1M2} - 3A_{3M4}) I_1 + (A_{1P2} - A_{3P4}) I_2 ] \\
 {}^1_V &= -g_{pv}^2 K_{pv} [ (-A_{1P2} - A_{3P4}) I_1 + (A_{1M2} + A_{3M4}) I_3 ] \\
 {}^{34}_V &= -g_{pv}^2 K_{pv} [ (A_{1M2} + A_{3M4}) I_1 + (-A_{1P2} - A_{3P4}) I_3 ] \\
 {}^5_V &= 2g_{pv}^2 K_{pv} (A_1 A_2 - A_3 A_4) I_4 \\
 {}^6_V &= -2g_{pv}^2 K_{pv} (A_1 A_2 + A_3 A_4) I_4
 \end{aligned} \tag{I.2.35}$$

Vektormesonen

$${}^0_V = -g_V^2 K_V (3A_{1P2} + A_{3P4}) I_1$$

$$- f_V^2 K_V \left[ \left\{ \left( \frac{M^*}{M} \right)^2 (3A_{1P2} + A_{3P4}) - \frac{M^*}{M^2} (2A_3 A_4 (E^* + E^{*'})) \right. \right.$$

$$+ A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p) + \frac{1}{4M^2} A_{3P4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E^{*'})^2) \left. \right\} I_1$$

$$+ \left\{ \left( \frac{M^*}{M} \right)^2 (-A_{3M4} + A_{1M2}) - \frac{M^*}{M^2} (A_2 A_3 (p' + p) - A_1 A_4 (p' - p)) \right.$$

$$+ \left\{ \frac{1}{4M^2} (A_{3M4} (q^2 + q'^2 + (E^* + E^{*'})^2) + A_{3P4} 2pp') \right\} I_2$$

$$+ \left\{ \frac{1}{4M^2} A_{3M4} 2pp' \right\} I_5]$$

$$- g_V f_V K_V \left[ \left\{ 2 \frac{M^*}{M} (A_{3P4} + 3A_{1P2}) - \frac{1}{M} (2A_3 A_4 (E^* + E^{*'})) \right. \right.$$

$$+ A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p) \left. \right\} I_1$$

$$+ \left\{ 2 \frac{M^*}{M} (-A_{3M4} + A_{1M2}) - \frac{1}{M} (A_2 A_3 (p' + p) - A_1 A_4 (p' - p)) \right\} I_2]$$

$${}^{12}_V = -g_V^2 K_V [(-A_{3M4} - 3A_{1M2}) I_1 + (A_{3P4} - A_{1P2}) I_2]$$

$$- f_V^2 K_V \left[ \left\{ - \left( \frac{M^*}{M} \right)^2 (A_{3M4} + 3A_{1M2}) - \frac{M^*}{M^2} (A_2 A_3 (p' + p) \right. \right.$$

$$- A_1 A_4 (p' - p)) + \frac{1}{4M^2} A_{3M4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E^{*'})^2) \left. \right\} I_1$$

$$+ \left\{ \left( \frac{M^*}{M} \right)^2 (A_{3P4} - A_{1P2}) - \frac{M^*}{M^2} (2A_3 A_4 (E^* + E^{*'}) + A_1 A_4 (p' - p) + A_2 A_3 (p' + p)) \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4M^2} (A_{3P4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E'^*)^2) + A_{3M4} \cdot 2pp') \} I_2 + \{ \frac{1}{4M^2} A_{3P4} \cdot 2pp' \} I_5] \\
& - g_V f_V K_V [ \{ -2 \frac{M^*}{M} (A_{3M4} + 3A_{1M2}) - \frac{1}{M} (A_2 A_3 (p' + p) - A_1 A_4 (p' - p)) \} I_1 \\
& + \{ 2 \frac{M^*}{M} (A_{3P4} - A_{1P2}) - \frac{1}{M} (2A_3 A_4 (E^* + E'^*) + A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p)) \} I_2 ] \\
1_V = & -g_V^2 K_V [ (A_{3P4} + A_{1P2}) I_1 + (-A_{3M4} - A_{1M2}) I_3 ] \\
& - f_V^2 K_V [ \{ (\frac{M^*}{M})^2 (A_{3P4} + A_{1P2}) - \frac{M^*}{M^2} (2A_3 A_4 (E^* + E'^*) \\
& + A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p)) + \frac{1}{4M^2} A_{3P4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E'^*)^2) \} I_1 \\
& + \{ \frac{1}{4M^2} A_{3P4} 2pp' \} I_2 \\
& + \{ - (\frac{M^*}{M})^2 (A_{3M4} + A_{1M2}) - \frac{M^*}{M^2} (A_2 A_3 (p + p') - A_1 A_4 (p' - p)) \\
& + \frac{1}{4M^2} A_{3M4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E'^*)^2) \} I_3 + \{ \frac{1}{4M^2} A_{3M4} 2pp' \} I_6 ] \\
& - g_V f_V K_V [ \{ 2 \frac{M^*}{M} (A_{1P2} + A_{3P4}) \\
& - \frac{1}{M} (2A_3 A_4 (E^* + E'^*) + A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p)) \} I_1 + \{ -2 \frac{M^*}{M} (A_{3M4} + A_{1M2}) \\
& - \frac{1}{M} (A_2 A_3 (p' + p) - A_1 A_4 (p' - p)) \} I_3 ] \\
34_V = & - g_V^2 K_V [ (-A_{3M4} - A_{1M2}) I_1 + (A_{3P4} + A_{1P2}) I_3 ] \\
& - f_V^2 K_V [ \{ - (\frac{M^*}{M})^2 (A_{3M4} + A_{1M2}) - \frac{M^*}{M^2} (A_2 A_3 (p' + p) - A_1 A_4 (p' - p))
\end{aligned}$$

(I.2.36)

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{4M^2} A_{3M4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E^{*'})^2) \} I_1 + \{ \frac{1}{4M^2} A_{3M4} 2pp' \} I_2 \\
& + \{ (\frac{M^*}{M})^2 (A_{3P4} + A_{1P2}) - \frac{M^*}{M^2} (2A_3 A_4 (E^* + E^{*'}) + A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p)) \} \\
& + \frac{1}{4M^2} A_{3P4} (p^2 + p'^2 + (E^* + E^{*'})^2) \} I_3 + \{ \frac{1}{4M^2} A_{3P4} 2pp' \} I_6 ] \\
& - g_V f_V K_V [ \{ -2 \frac{M^*}{M} (A_{3M4} + A_{1M2}) - \frac{1}{M} (A_2 A_3 (p' + p) - A_1 A_4 (p' - p)) \} I_1 \\
& + \{ 2 \frac{M^*}{M} (A_{3P4} + A_{1P2}) - \frac{1}{M} (2A_3 A_4 (E^* + E^{*'}) + A_2 A_3 (p' + p) + A_1 A_4 (p' - p)) \} I_3 ]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^5V & = 2g_V^2 K_V (A_3 A_4 - A_1 A_2) I_4 + 2f_V^2 K_V [ \{ (\frac{M^*}{M})^2 (A_3 A_4 - A_1 A_2) \\
& - \frac{M^*}{2M^2} (A_{3P4} (E^* + E^{*'}) + A_2 A_4 (p' + p) + A_1 A_3 (p' - p)) \\
& + \frac{1}{4M^2} A_3 A_4 (p^2 + p'^2 + (E^* + E^{*'})^2) \} I_4 + \{ \frac{1}{4M^2} A_3 A_4 2pp' \} I_7 ] \\
& + 2g_V f_V K_V \{ 2 \frac{M^*}{M} (A_3 A_4 - A_1 A_2) \\
& - \frac{1}{2M} (A_{3P4} (E^* + E^{*'}) + A_1 A_3 (p' - p) + A_2 A_4 (p' + p)) \} I_4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
{}^6V & = 2g_V^2 K_V (A_3 A_4 + A_1 A_2) I_4 + 2f_V^2 K_V [ \{ (\frac{M^*}{M})^2 (A_3 A_4 + A_1 A_2) \\
& - \frac{M^*}{2M^2} (A_{3P4} (E^* + E^{*'}) + A_1 A_3 (p' - p) + A_2 A_4 (p' + p)) \\
& + \frac{1}{4M^2} A_3 A_4 (p^2 + p'^2 + (E^* + E^{*'})^2) \} I_4 + \{ \frac{1}{4M^2} A_3 A_4 2pp' \} I_7 ] \\
& + 2g_V f_V K_V \{ 2 \frac{M^*}{M} (A_3 A_4 + A_1 A_2) \\
& - \frac{1}{2M} (A_{3P4} (E^* + E^{*'}) + A_1 A_3 (p' - p) + A_2 A_4 (p' + p)) \} I_4
\end{aligned}$$

### Formfaktoren

Bis hier hin wurden alle an der Wechselwirkung beteiligten Teilchen als punktförmig angesehen. Dies führt dazu, daß die Potentiale für große  $p$  und  $p'$ , d.h. für sehr kleine Abstände zwischen den Teilchen, nicht stark genug abfallen. Daher divergieren die Integrale in der Streu- bzw. Bethe-Goldstone-Gleichung. Um die endliche Ausdehnung der Teilchen zu berücksichtigen und um damit auch die Divergenzen zum Verschwinden zu bringen, muß das Potential für große  $p$  und  $p'$  "abgeschnitten" werden. Dies geschieht durch sog. Formfaktoren. In dieser Arbeit werden Monopolformfaktoren benutzt

$$F_{\alpha}(\vec{p}', \vec{p}) = \frac{\Lambda_{\alpha}^2 - m_{\alpha}^2}{(\vec{p} - \vec{p}')^2 + \Lambda_{\alpha}^2} \quad \alpha = s, ps, v, pv \quad (I.2.37)$$

$\Lambda_{\alpha}$  bezeichnet man als Cut-Off-Masse. Sie ist ein Maß für die Größe des Nukleonradius.

Ein solcher Formfaktor wird einmal pro Vertex an das Potential multipliziert.

### Transformation der Potentiale in die JMLS -Darstellung

Hat man für die Potentiale erst einmal die Partialwellenentwicklung durchgeführt, so ist es leicht, sie auch in die  $|JMLS\rangle$ -Darstellung zu transformieren. Die  $|JMLS\rangle$  sind die Eigenfunktionen zum Gesamtdrehimpuls und seiner z-Komponente, zum Gesamtspin sowie zum Bahndrehimpuls.

Die Transformation der Matrixelemente aus Gl. (I.2.26) lautet (EAH71):

$$\langle JML'S' | V^J(p', p) | JMLS \rangle \quad (I.2.38)$$

$$= \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda'_1 \lambda'_2} \langle JML'S' | JM\lambda'_1 \lambda'_2 \rangle \langle \lambda'_1 \lambda'_2 | V^J(p', p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \langle JM\lambda_1 \lambda_2 | JMLS \rangle$$

Die Transformationsmatrix ist gegeben durch (JaWi59):

$$\langle JMLS | JM\lambda_1 \lambda_2 \rangle = \sqrt{\frac{2L+1}{2J+1}} \langle L0, S\lambda | J\lambda \rangle \langle S_1 \lambda_1, S_2 \lambda_2 | S\lambda \rangle \quad \lambda = \lambda_1 - \lambda_2 \quad (I.2.39)$$

Die auf der rechten Seite der Gleichung auftretenden Koeffizienten sind die üblichen Clebsch-Gordon-Koeffizienten. Man erhält für jeden Wert von J sechs verschiedene Partialwellenamplituden:

#### Spin-Singulett-Zustand S=0

$$L' = J = L \quad {}^0V^J = V_1^J - V_2^J$$

#### Spin-Triplett-Zustand S=1

$$L' = J = L \quad {}^1V^J = V_3^J - V_4^J$$

$$L' = J+1 = L \quad {}^+V^J = \frac{1}{2J+1} \{ (J+1) {}^{12}V_{+J}^J {}^{34}V^J - 2\sqrt{J(J+1)} {}^{56}V^J \} \quad (I.2.40)$$

$$L' = J-1 = L \quad {}^-V^J = \frac{1}{2J-1} \{ J {}^{12}V_{+(J+1)}^J {}^{34}V_{+2\sqrt{J(J+1)}}^J {}^{56}V^J \}$$

$$L' = J+1; L = J-1 \quad {}^{+-}V^J = -\frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \{ {}^{12}V^J {}^{34}V^J$$

$$+ \frac{J+1}{\sqrt{J(J+1)}} 5V^J - \frac{J}{\sqrt{J(J+1)}} 6V^J\}$$

$$L' = J-1; L = J+1 \quad -+V^J = - \frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \{ 12V^J - 34V^J \\ - \frac{J}{\sqrt{J(J+1)}} 5V^J + \frac{J+1}{\sqrt{J(J+1)}} 6V^J \}$$

Es ist  $56V^J = V_5^J + V_6^J$ ; die restlichen  $V$  sind in den Gl. (I.2.24) definiert.

Wie man sieht, haben die Potentialamplituden in der  $\{JMLS\}$ -Basis eine physikalisch anschauliche Bedeutung.

### Isospin-Anteil des OBEP

Der Isospinanteil der Potentiale wurde bisher aus Gründen der Übersichtlichkeit vernachlässigt. Dies ist möglich, da er völlig unabhängig vom Rest des Potentials ist und auch nur einen konstanten Faktor ergibt.

Zu berechnen ist der Ausdruck  $\langle TT_1' T_2' | \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 | TT_1 T_2 \rangle \cdot | TT_1 T_2 \rangle$  ist der Isospinanteil der Gesamtwellenfunktion vor der Wechselwirkung. Er ist Eigenfunktion des Gesamtisospins  $\vec{T}$  und der Isospins  $\vec{T}_1$  und  $\vec{T}_2$  der beiden Nukleonen. Analoges gilt für die Isospinwellenfunktion nach der Wechselwirkung.  $\vec{\tau}_i$  sind die Isospin-Pauli-Matrizen, wobei  $i$  der Teilchenindex ist.

Nun gilt:

$$\vec{\tau} = \frac{1}{2} \vec{T} \quad (\hbar=1) \\ \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 = 4\vec{T}_1 \vec{T}_2 = 2(\vec{T}^2 - \vec{T}_1^2 - \vec{T}_2^2) \quad (I.2.41)$$



Da der Nukleonisospin  $1/2$  ist, erhält man

$$\begin{aligned} & \left\langle T \ T_1=1/2 \ T_2=1/2 \left| \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \right| T \ T_1=1/2 \ T_2=1/2 \right\rangle \\ & = \begin{cases} 2(2-3/4-3/4) = 1 & \text{für } T=1 \\ 2(0-3/4-3/4) = -3 & \text{für } T=0 \end{cases} \end{aligned} \quad (I.2.42)$$

Die Entscheidung, welcher Faktor an das Potential multipliziert wird, wird mit Hilfe des Pauli-Prinzips getroffen. Die 2-Nukleon-Wellenfunktion muß sowohl im Anfangs- wie im Endzustand total antisymmetrisch sein. Es muß also gelten:

$$(-1)^{L+S+T} = -1$$

### I.3 Delta-Box-Potentiale

Im OBE-Modell werden nur Austauschgraphen 1. Ordnung berechnet. Man kann dieses Modell erweitern, indem man auch Prozesse berücksichtigt, bei denen nacheinander 2 Mesonen ausgetauscht werden. Die Potentiale, die durch solche Diagramme beschrieben werden, bezeichnet man als Box-Potentiale. Bei der Lösung der Streu- oder der Bethe-Goldstone-Gleichung werden Boxen mit zwei Nukleonen im Zwischenzustand durch die Iteration automatisch berücksichtigt. Dies ist nicht der Fall für Boxen, bei denen ein oder auch beide Nukleonen im Zwischenzustand in ein 1232 MeV-Delta-Baryon übergehen. Solche Delta-Box-Potentiale sollen nun berechnet werden. In Abb. 3 sind die betrachteten Diagramme dargestellt.

Wegen Isospinerhaltung treten als Austauschmesonen nur  $\pi$  und  $\rho$  auf. Analog zum OBE-Fall steht jedes Diagramm für die Summe der entsprechenden Diagramme mit

unterschiedlicher Zeitordnung. Für die erste Box aus Abb. 3 ist dies in Abb. 4 angedeutet.

Delta-Box-Potentiale werden berechnet, indem man zunächst die Übergangspotentiale  $N\Delta \rightarrow NN$  bzw.  $\Delta\Delta \rightarrow NN$  in Abb. 5 berechnet und diese dann zu Boxen "zusammensetzt". Die Potentiale  $NN \rightarrow N\Delta$  bzw.  $NN \rightarrow \Delta\Delta$  brauchen nicht extra berechnet zu werden, da die Übergänge invariant gegenüber Zeitumkehr sind.

### Berechnung der Übergangspotentiale

Ausgangspunkt sind wieder die Wechselwirkungs-Lagrange-Dichten, die (HoMa76) und (HoMa78) entnommen sind.

$$\mathcal{L}_{NN\pi}^D = \sqrt{4\pi} g_\pi \bar{\psi} i\gamma^5 \psi \phi(\pi)$$

$$\mathcal{L}_{NN\pi}^G = \sqrt{4\pi} f_\pi \frac{2M^*}{m_\pi} \bar{\psi} i\gamma^5 \psi \phi(\pi)$$

$$\mathcal{L}_{N\Delta\pi} = \sqrt{4\pi} \frac{f_{N\Delta\pi}}{m_\pi} \bar{\psi} \psi^\mu \partial_\mu \phi(\pi) \quad (I.3.1)$$

$$\mathcal{L}_{NN\rho} = \sqrt{4\pi} g_\rho \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \phi_\mu^{(\rho)} + \sqrt{4\pi} \frac{f_\rho}{4M} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi (\partial_\mu \phi_\nu^{(\rho)} - \partial_\nu \phi_\mu^{(\rho)})$$

$$\mathcal{L}_{N\Delta\rho} = -\sqrt{4\pi} \frac{f_{N\Delta\rho}}{m_\rho} \varepsilon_{\mu\nu\lambda\eta} \bar{\psi} \gamma^\mu \psi^\nu \partial^\lambda \phi_\eta^{(\rho)}$$

$\psi$  ist der Nukleonfeldoperator,  $\psi^\mu$  der Deltafeldoperator.

Wie man sieht, gibt es wieder 2 Möglichkeiten für die  $NN\pi$ -Kopplung. Wir wählen auch hier die Gradientenkopplung. Diese wird allerdings nicht wie im OBE-

Modell völlig eigenständig berechnet, sondern durch Multiplikation mit dem Faktor  $\frac{2M^*}{m_\pi}$  und durch Übergang zur Kopplungskonstante  $f_\pi$  aus der direkten Kopplung hergeleitet. Für die freie Streuung ( $A=B=0$  bzw.  $M=M^*$ ) sind die beiden Möglichkeiten wieder identisch.

Die Abkürzungen von S. 12 sollen im folgenden beibehalten werden. Weiterhin ist  $M_\Delta$  die Deltamasse,  $E_\Delta = \sqrt{p^2 + M_\Delta^2}$  die Energie des Delta und  $\epsilon_\Delta = E_\Delta + M_\Delta$ . Für das  $(N\Delta \rightarrow NN)$ -Potential mit  $\pi$ -Austausch erhält man in der Helizitätsdarstellung (HoMa78):

$$\begin{aligned} & \langle \lambda_1 \lambda_2 | V_{N\Delta}^\pi(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ &= - \frac{\sqrt{2}}{2\pi^2} \frac{f_\pi f_{N\Delta}^\pi}{m_\pi} \frac{2M^*}{m_\pi} F_1^\pi(\vec{p}', \vec{p}) F_2^\pi(\vec{p}', \vec{p}) P_\pi \\ & \quad \cdot \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') \gamma^5 f_{\lambda_2}(-\vec{p}) \bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') K_\mu f_{\lambda_1}^\mu(\vec{p}) \end{aligned} \quad (I.3.2)$$

Die Formfaktoren  $F_1^\pi$  und  $F_2^\pi$  sind wieder Monopolformfaktoren wie im OBE-Potential. Der Pionpropagator  $P_\pi$  ergibt sich aus der nichtkovarianten Störungstheorie:

$$P_\pi = \frac{1}{2\omega_\pi} \left( \frac{1}{Z - E_f - E_f' - \omega_\pi} + \frac{1}{Z - E_\Delta - E_f' - \omega_\pi} \right) \quad (I.3.3)$$

Wie beim OBE-Potential werden die Mediumeffekte in den Mesonpropagatoren nicht betrachtet (HoMa85). Zu beachten ist, daß der Impuls in der Startenergie  $Z$  in beiden Fällen  $NN \rightarrow N\Delta$  und  $N\Delta \rightarrow NN$  der Eingangsimpuls für die Box und nicht für das jeweilige Übergangspotential ist.

Da das Delta ein Spin-3/2-Teilchen ist, läuft der Helizitätseigenwert  $\Lambda_2$  von -3/2 bis +3/2. Aus demselben Grund wird das Delta nicht durch einen Dirac-, sondern durch einen sog. Rarita-Schwinger-Spinor  $f^\mu$  beschrieben. Dieser entsteht durch Kopplung von Dirac- und Spin 1-Spinoren (Chu71):

$$f_\Lambda^\mu(\vec{p}) = \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_b \\ \lambda_a + \lambda_b = \Lambda}} \langle 1 \lambda_a, 1/2 \lambda_b | 3/2 \Lambda \rangle u_{\lambda_b}(\vec{p}) \epsilon^\mu(\vec{p}, \lambda_a) \quad (\text{I.3.4})$$

$u_{\lambda_b}(\vec{q})$  ist ein freier Dirac-Spinor wie in Gl. (I.1.2), bei dem Masse und Energie des Delta-Teilchens verwendet werden. Wenn man, wie bisher auch, die z-Achse durch den Eingangsimpuls  $\vec{p}$  festlegt, hat der Spinor  $\epsilon^\mu(\vec{p}, \lambda_a)$  die Form (Chu71):

$$\begin{aligned} \epsilon^\mu(\vec{p}, \lambda_a) &= 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}^\mu && \text{für } \lambda_a = 1 \\ &= \begin{pmatrix} p/M_\Delta \\ 0 \\ 0 \\ E_\Delta/M_\Delta \end{pmatrix}^\mu && \text{für } \lambda_a = 0 \\ &= 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}^\mu && \text{für } \lambda_a = -1 \end{aligned} \quad (\text{I.3.5})$$

In Gl. (I.3.2) ist der Ausdruck  $K_\mu \epsilon^\mu(\vec{p}, \lambda)$  zu berechnen. Für den Pion austausch ist

$$K_\mu = (0, \vec{p}' - \vec{p}) = (0, p' \sin \vartheta, 0, p' \cos \vartheta - p) \quad (\text{I.3.6})$$

Es ergibt sich:

$$K_{\mu} \epsilon^{\mu}(\vec{p}, \lambda) = \begin{cases} 1/\sqrt{2} p' \sin \vartheta & \text{für } \lambda=1 \\ -\frac{E_{\Delta}}{M_{\Delta}} (p' \cos \vartheta - p) & \text{für } \lambda=0 \\ -1/\sqrt{2} p' \sin \vartheta & \text{für } \lambda=-1 \end{cases} \quad (I.3.7)$$

Mit diesen Beziehungen erhält man aus Gl. (I.3.2):

$$\begin{aligned} & \langle \lambda_1' \lambda_2' | V_{N\Delta}^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ &= -\frac{\sqrt{2}}{2\pi^2} \frac{f_{\pi} f_{N\Delta}^{\pi}}{m_{\pi}} \frac{2M^{*}}{m_{\pi}} F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) p_{\pi} \\ & \times \sqrt{\frac{\epsilon \epsilon'}{4E^{*} E^{*'}}} \left( \frac{2\lambda_1' p'}{\epsilon'} - \frac{2\lambda_2 p}{\epsilon} \right) \langle \lambda_2' | \lambda_2 \rangle \\ & \cdot \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_b \\ \lambda_a + \lambda_b = \lambda_1}} \sqrt{\frac{\epsilon' \epsilon_{\Delta}}{4E^{*'} E_{\Delta}}} \langle 1\lambda_a, 1/2\lambda_b | 3/2\lambda_1 \rangle \left( 1 - \frac{4\lambda_1' \lambda_b p p'}{\epsilon' \epsilon_{\Delta}} \right) K_{\mu} \epsilon^{\mu}(\vec{p}, \lambda_a) \langle \lambda_1' | \lambda_b \rangle \end{aligned} \quad (I.3.8)$$

Aus Gl. (I.3.8) können nun die 32 Helizitätsamplituden leicht bestimmt werden. Sie unterscheiden sich aber nur in Details von den Lösungen im Fall der freien Streuung. Es soll daher wegen der Übersichtlichkeit dieser Arbeit darauf verzichtet werden, sämtliche Amplituden explizit anzugeben. An einem willkürlich herausgegriffenen Beispiel können die Unterschiede zur freien Streuung deutlich gemacht werden. Für die restlichen Amplituden sei dann auf die bereits erwähnten Referenzen (HoMa76) und (HoMa78) hingewiesen. Bei den anderen Übergangspotentialen wird genauso verfahren.

$$\begin{aligned}
 & \left\langle 1/2 \ 1/2 \left| V_{N\Delta}^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) \right| -1/2 \ 1/2 \right\rangle \\
 &= - \frac{\sqrt{2}}{2\pi^2} \frac{f_{\pi} f_{N\Delta}^{\pi}}{m_{\pi}} \frac{2M^{*}}{m_{\pi}} \frac{\varepsilon'}{4E^{*r}} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_{\Delta}}{E^{*} E_{\Delta}}} F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\pi} \cdot \left( \frac{p'}{\varepsilon'} - \frac{p}{\varepsilon} \right) \left\langle 1/2 \left| 1/2 \right\rangle \right. \\
 & \quad \times \left\{ \left\langle 1-1, 1/2 \ 1/2 \left| 3/2 \ -1/2 \right\rangle \left( 1 - \frac{pp'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) K_{\mu} \varepsilon^{\mu}(\vec{p}, -1) \left\langle 1/2 \left| 1/2 \right\rangle \right. \right. \\
 & \quad \left. \left. + \left\langle 10, 1/2 \ -1/2 \left| 3/2 \ -1/2 \right\rangle \left( 1 + \frac{pp'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) K_{\mu} \varepsilon^{\mu}(\vec{p}, 0) \left\langle 1/2 \left| -1/2 \right\rangle \right\} \right. \\
 &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{f_{\pi} f_{N\Delta}^{\pi}}{m_{\pi}} \frac{2M^{*}}{m_{\pi}} \frac{\varepsilon'}{4E^{*r}} \sqrt{\frac{\varepsilon \varepsilon_{\Delta}}{E^{*} E_{\Delta}}} F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\pi} \cdot \left( \frac{p'}{\varepsilon'} - \frac{p}{\varepsilon} \right) \frac{\sin \vartheta}{2} \\
 & \quad \cdot \left\{ \left( 1 - \frac{pp'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) p' (1 + \cos \vartheta) + \left( 1 + \frac{pp'}{\varepsilon \varepsilon'} \right) \frac{E_{\Delta}}{M_{\Delta}} (p' \cos \vartheta - p) \right\}
 \end{aligned} \tag{I.3.9}$$

Es gibt hier 2 Unterschiede zur freien Streuung:

1. Wie bereits erwähnt, wird der Ausdruck  $f_{\pi} \frac{2M^{*}}{m_{\pi}}$  durch die Kopplungskonstante der direkten Kopplung ersetzt.
2. An die Stelle der Ausdrücke,  $E^{*}$ ,  $E^{*r}$  bzw.  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon'$  treten die freien Energien  $E_f$ ,  $E_f^r$  bzw.  $\varepsilon_f$ ,  $\varepsilon_f^r$ .

Für das  $(\Delta\Delta \rightarrow NN)$ -Übergangspotential mit Pionenaustausch erhält man in der Helizitätsdarstellung (HoMa78):

$$\begin{aligned}
 \left\langle \lambda' \lambda'_2 \left| V_{\Delta\Delta}^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) \right| \lambda_1 \lambda_2 \right\rangle &= \frac{-1}{2\pi^2} \left( \frac{f_{N\Delta}^{\pi}}{m_{\pi}} \right)^2 F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\pi} \\
 & \quad \bar{f}_{\lambda'_2}(-\vec{p}') K_{\mu} f_{\lambda_2}^{\mu}(-\vec{p}) \bar{f}_{\lambda'_1}(\vec{p}') K_{\nu} f_{\lambda_1}^{\nu}(\vec{p})
 \end{aligned} \tag{I.3.10}$$

Für diese Gleichung benötigt man die Spinoren  $\varepsilon^{\mu}(-\vec{p}, \lambda)$  bzw. die Produkte  $K_{\mu} \varepsilon^{\mu}(-\vec{p}, \lambda)$ . Diese sind im Anhang hergeleitet. Durch Einsetzen ergibt sich:

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | V_{\Delta\Delta}^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \frac{-1}{2\pi^2} \left( \frac{f_{N\Delta}^{\pi}}{m_{\pi}} \right)^2 \frac{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}}{4E^{*'} E_{\Delta}} F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\pi}$$

$$\left\{ \sum_{\substack{\lambda_a, \lambda_b \\ \lambda_a + \lambda_b = \Lambda_2}} \langle 1\lambda_a, 1/2\lambda_b | 3/2\Lambda_2 \rangle \left( 1 - \frac{4\lambda_2' \lambda_b p' p}{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}} \right) K_{\mu} \varepsilon^{\mu}(-\vec{p}, \lambda_a) \langle \lambda_2' | \lambda_b \rangle \right\} \quad (I.3.11)$$

$$\left\{ \sum_{\substack{\lambda_c, \lambda_d \\ \lambda_c + \lambda_d = \Lambda_1}} \langle 1\lambda_c, 1/2\lambda_d | 3/2\Lambda_1 \rangle \left( 1 - \frac{4\lambda_1' \lambda_d p' p}{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}} \right) K_{\nu} \varepsilon^{\nu}(\vec{p}, \lambda_d) \langle \lambda_1' | \lambda_d \rangle \right\}$$

$$\langle 1/2 \ 1/2 | V_{\Delta\Delta}^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) | -1/2 \ 1/2 \rangle = \frac{-1}{2\pi^2} \frac{f_{N\Delta}^{\pi 2}}{m_{\pi}^2} \frac{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}}{4E^{*'} E_{\Delta}} F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\pi}$$

$$\left\{ \langle 11, 1/2 \ -1/2 | 3/2 \ 1/2 \rangle \left( 1 + \frac{pp'}{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}} \right) K_{\mu} \varepsilon^{\mu}(-\vec{p}, 1) \langle 1/2 | -1/2 \rangle \right.$$

$$+ \left. \langle 10, 1/2 \ 1/2 | 3/2 \ 1/2 \rangle \left( 1 - \frac{pp'}{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}} \right) K_{\mu} \varepsilon^{\mu}(-\vec{p}, 0) \langle 1/2 | 1/2 \rangle \right\} \quad (I.3.12)$$

$$\left\{ \langle -1, 1/2 \ 1/2 | 3/2 \ -1/2 \rangle \left( 1 - \frac{pp'}{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}} \right) K_{\nu} \varepsilon^{\nu}(\vec{p}, -1) \langle 1/2 | 1/2 \rangle \right.$$

$$+ \left. \langle 10, 1/2 \ -1/2 | 3/2 \ -1/2 \rangle \left( 1 + \frac{pp'}{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}} \right) K_{\nu} \varepsilon^{\nu}(\vec{p}, 0) \langle 1/2 | -1/2 \rangle \right\}$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{12} \frac{f_{N\Delta}^{\pi 2}}{m_{\pi}^2} \frac{\varepsilon' \varepsilon_{\Delta}}{4E^{*'} E_{\Delta}} F_1^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\pi}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\pi} \cdot \sin \mathcal{V}$$

$$\cdot \left\{ \left( 1 + \frac{pp'}{\varepsilon_{\Delta} \varepsilon'} \right) p' (1 - \cos \mathcal{V}) + 2 \left( 1 - \frac{pp'}{\varepsilon_{\Delta} \varepsilon'} \right) \frac{E_{\Delta}}{M_{\Delta}} (p' \cos \mathcal{V} - p) \right\}$$

$$\left\{ \left( 1 - \frac{pp'}{\varepsilon_{\Delta} \varepsilon'} \right) p' (1 + \cos \mathcal{V}) + 2 \left( 1 + \frac{pp'}{\varepsilon_{\Delta} \varepsilon'} \right) \frac{E_{\Delta}}{M_{\Delta}} (p' \cos \mathcal{V} - p) \right\}$$

Man gelangt zur entsprechenden Amplitude der freien Streuung, indem man  $E^*$ ,  $E^{*'}$ ,  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  durch  $E_f$ ,  $E_f'$ ,  $\varepsilon_f$  und  $\varepsilon_f'$  ersetzt.

Das  $(N\Delta \rightarrow NN)$ -Übergangspotential mit Rho-Austausch hat die folgende Form:

$$\begin{aligned} \left\langle \lambda_1' \lambda_2' \left| V_{N\Delta}^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) \right| \lambda_1 \lambda_2 \right\rangle &= \frac{-i}{2\pi^2} F_1^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\rho}' \\ &\cdot \frac{f_{N\Delta}^{\rho}}{m_{\rho}} \varepsilon_{\mu\nu\sigma\eta} \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') \gamma^{\mu} K^{\sigma} f_{\lambda_2}^{\nu}(-\vec{p}) (-g^{\kappa\eta}) \end{aligned} \quad (I.3.13)$$

$$\bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') \left[ g_{\rho} \gamma_{\kappa} + \frac{f_{\rho}}{2M} i \sigma_{\kappa\alpha} (p' - p)^{\alpha} \right] f_{\lambda_1}(\vec{p})$$

$P_{\rho}'$  ist bis auf Vorzeichen und den metrischen Tensor gleich dem Rho-Propagator  $P_{\rho}$ . Mit Hilfe der Gordon-Zerlegung in Kernmaterie kann man diesen Ausdruck etwas vereinfachen:

$$\begin{aligned} \left\langle \lambda_1' \lambda_2' \left| V_{N\Delta}^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) \right| \lambda_1 \lambda_2 \right\rangle &= \frac{-i}{2\pi^2} F_1^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) P_{\rho}' \\ \frac{f_{N\Delta}^{\rho}}{m_{\rho}} \varepsilon_{\mu\nu\sigma\eta} \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') \gamma^{\mu} K^{\sigma} f_{\lambda_2}^{\nu}(-\vec{p}) (-g^{\kappa\eta}) \end{aligned} \quad (I.3.14)$$

$$\bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') \left[ (g_{\rho} + \frac{M^*}{M} f_{\rho}) \gamma_{\kappa} - \frac{f_{\rho}}{2M} ((p' + p)_{\kappa} - 2B \delta_{\kappa,0}) \right] f_{\lambda_1}(\vec{p})$$

Zur weiteren Berechnung dieser Gleichung summiert man über die Indizes des  $\varepsilon$ -Tensors und zerlegt den Rarita-Schwinger-Spinor in seine beiden Komponenten. Dadurch treten die Ausdrücke  $K^{\sigma} \varepsilon^{\nu}(-\vec{p}, \lambda)$  auf, deren Herleitung im Anhang zu finden ist.

$$\begin{aligned} K^{\sigma} \varepsilon^{\nu}(-\vec{p}, 1) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \sin \vartheta & -ip' \sin \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \cos \vartheta - p & -i(p' \cos \vartheta - p) & 0 \end{pmatrix}^{\sigma\nu} \\ K^{\sigma} \varepsilon^{\nu}(-\vec{p}, 0) &= \frac{1}{M_{\Delta}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ pp' \sin \vartheta & 0 & 0 & -p' E_{\Delta} \sin \vartheta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ p(p' \cos \vartheta - p) & 0 & 0 & -E_{\Delta} (p' \cos \vartheta - p) \end{pmatrix}^{\sigma\nu} \\ K^{\sigma} \varepsilon^{\nu}(-\vec{p}, -1) &= -\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \sin \vartheta & ip' \sin \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \cos \vartheta - p & i(p' \cos \vartheta - p) & 0 \end{pmatrix}^{\sigma\nu} \end{aligned} \quad (I.3.15)$$



Es ist nicht sinnvoll, das leicht zu erhaltende, aber sehr lange und unübersichtliche Endergebnis für allgemeine Helizitätseigenwerte anzugeben. Für das spezielle Beispiel ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 & \langle 1/2 \ 1/2 | v_{N\Delta}^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) | -1/2 \ 1/2 \rangle \\
 &= \frac{-1}{2\pi^2} \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{f_{N\Delta}^{\rho}}{m_{\rho}} F_1^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) F_2^{\rho}(\vec{p}', \vec{p}) p'_{\rho} \frac{\epsilon'}{4E^{*}\epsilon} \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon_{\Delta}}{E^{*}E_{\Delta}}} \\
 & \{ (g_{\rho} + \frac{M^{*}}{M} f_{\rho}) \sin \mathcal{V} \{ (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} - \frac{p_{\tau}}{\epsilon_{\Delta}}) (1 - \frac{p'_{\tau} p_{\tau}}{\epsilon_{\tau} \epsilon}) (-p + \frac{p'_{\tau}}{2} (1 + \cos \mathcal{V})) \\
 & + (1 - \frac{p'_{\tau} p_{\tau}}{\epsilon_{\tau} \epsilon_{\Delta}}) (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} - \frac{p_{\tau}}{\epsilon}) \frac{p'_{\tau}}{2} (1 - \cos \mathcal{V}) \\
 & - \frac{p'_{\tau}}{M_{\Delta}} [E_{\Delta} (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{p_{\tau}}{\epsilon_{\Delta}}) (1 - \frac{p'_{\tau} p_{\tau}}{\epsilon_{\tau} \epsilon}) (1 - \cos \mathcal{V}) + E_{\Delta} (1 + \frac{p p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau} \epsilon}) (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} - \frac{p_{\tau}}{\epsilon}) (1 + \cos \mathcal{V}) \\
 & - 2p (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{p_{\tau}}{\epsilon_{\Delta}}) (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} - \frac{p_{\tau}}{\epsilon}) ] \} \\
 & - \frac{f_{\rho}}{2M} (1 + \frac{p'_{\tau} p_{\tau}}{\epsilon_{\tau} \epsilon}) \sin \mathcal{V} \{ (E^{*'} + E^{*}) (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} - \frac{p_{\tau}}{\epsilon_{\Delta}}) (-p + \frac{p'_{\tau}}{2} (1 + \cos \mathcal{V})) \\
 & - p' p (1 - \cos \mathcal{V}) (1 - \frac{p'_{\tau} p_{\tau}}{\epsilon_{\tau} \epsilon_{\Delta}}) - [(E^{*'} + E) E_{\Delta} + 2p^2] \frac{p'_{\tau}}{M_{\Delta}} (1 - \cos \mathcal{V}) (\frac{p'_{\tau}}{\epsilon_{\tau}} + \frac{p_{\tau}}{\epsilon}) \} \}
 \end{aligned} \tag{I.3.16}$$

Wiederum müssen  $E^{*}$ ,  $E^{*'}$ ,  $\epsilon$  und  $\epsilon'$  durch  $E_f$ ,  $E_f'$ ,  $\epsilon_f$  und  $\epsilon_f'$  ersetzt werden, wenn man zur freien Streuung übergeht. Darüber hinaus muß, da ohne Mediumeffekte  $M=M^{*}$ , noch der Term  $(g_{\rho} + \frac{M^{*}}{M} f_{\rho})$  durch  $g_{\rho} + f_{\rho}$  ersetzt werden.

Als letztes Potential bleibt noch das  $(\Delta\Delta\text{-}NN)$ -Übergangspotential mit Rho-Austausch. Es hat die Form:

$$\left\langle \lambda_1' \lambda_2' \left| v_{\Delta\Delta}^\rho(\vec{p}', \vec{p}) \right| \lambda_1 \lambda_2 \right\rangle = \frac{1}{2\pi^2} \left( \frac{f_{N\Delta}^\rho}{m_\rho} \right)^2 F_1^\rho(\vec{p}', \vec{p}) F_2^\rho(\vec{p}', \vec{p}) p'_\rho \quad (I.3.17)$$

$$\times \varepsilon_{\mu\nu\sigma\eta} \bar{f}_{\lambda_2'}(-\vec{p}') \gamma^\mu \kappa^\sigma f_{\lambda_2}^\nu(-\vec{p}) (-g^{\delta\eta}) \varepsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{f}_{\lambda_1'}(\vec{p}') \gamma^\alpha \kappa^\gamma f_{\lambda_1}^\beta(\vec{p})$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} & \left\langle 1/2 \ 1/2 \left| v_{\Delta\Delta}^\rho(\vec{p}', \vec{p}) \right| -1/2 \ 1/2 \right\rangle \\ &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{6} \left( \frac{f_{N\Delta}^\rho}{m_\rho} \right)^2 F_1^\rho(\vec{p}', \vec{p}) F_2^\rho(\vec{p}', \vec{p}) p'_\rho \frac{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta}{4E^* E_\Delta} \\ & \sin \vartheta \left\{ \left[ \frac{p'^2}{2} \left( 1 + 4 \frac{E_\Delta^2}{M_\Delta^2} \right) \left( 1 + \frac{p p'}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( 1 - \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \right. \right. \\ & - p' p \frac{E_\Delta}{M_\Delta} \left( \left( 1 + \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right)^2 - \left( 1 - \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right)^2 \right) \\ & - \frac{p p'}{M_\Delta} (p' - p) \left( 1 + \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} + \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) - 2 \frac{p p' E_\Delta}{M_\Delta^2} (p' - p) \left( 1 + \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \\ & - \frac{p' E_\Delta}{M_\Delta} (p' - 2p) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right)^2 + \frac{2 p p' E_\Delta}{M_\Delta^2} (p' + p) \left( 1 - \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \\ & + \frac{p p'}{M_\Delta} (p' + p) \left( 1 - \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) - \frac{p' E_\Delta}{M_\Delta} (p' + 2p) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} + \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right)^2 \\ & + \left( 2 \frac{p'^2}{M_\Delta^2} (E_\Delta^2 + 2p^2) + \frac{p'^2}{2} - 2p^2 \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} + \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \Big] \\ & + p' \left[ \frac{E_\Delta}{M_\Delta} (p' - p) \left( 1 + \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right)^2 - \frac{E_\Delta}{M_\Delta} (p' + p) \left( 1 - \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right)^2 \right. \\ & - \frac{p}{M_\Delta} (p' - p) \left( 1 + \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} + \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) - \frac{2 p E_\Delta}{M_\Delta^2} (p' - p) \left( 1 + \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \\ & \left. - \frac{p}{M_\Delta} (p' + p) \left( 1 - \frac{p' p}{\varepsilon'_\Delta \varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) + 2 \left( 1 - \frac{2 p^2}{M_\Delta^2} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} + \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \left( \frac{p'}{\varepsilon'_\Delta} - \frac{p}{\varepsilon_\Delta} \right) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{2pE_{\Delta}}{M_{\Delta}^2} (p' + p) \left(1 - \frac{p'p}{\epsilon' \epsilon_{\Delta}}\right) \left(\frac{p'}{\epsilon'} + \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right) + \frac{2E_{\Delta}}{M_{\Delta}} (p' + p) \left(\frac{p'}{\epsilon'} + \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right)^2 \\
 & - \frac{2E_{\Delta}}{M_{\Delta}} (p' - p) \left(\frac{p'}{\epsilon'} - \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right)^2 \cos \vartheta \\
 & + p'^2 \left[ \left(1/2 + 2 \frac{E_{\Delta}^2}{M_{\Delta}^2}\right) \left( \left(1 + \frac{p'p}{\epsilon' \epsilon_{\Delta}}\right) \left(1 - \frac{p'p}{\epsilon' \epsilon_{\Delta}}\right) - \left(\frac{p'}{\epsilon'} + \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right) \left(\frac{p'}{\epsilon'} - \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right) \right) \right. \\
 & \left. + \frac{E_{\Delta}}{M_{\Delta}} \left( \left(1 - \frac{p'p}{\epsilon' \epsilon_{\Delta}}\right)^2 - \left(\frac{p'}{\epsilon'} - \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right)^2 + \left(1 + \frac{p'p}{\epsilon' \epsilon_{\Delta}}\right)^2 - \left(\frac{p'}{\epsilon'} + \frac{p}{\epsilon_{\Delta}}\right)^2 \right) \right] \cos^2 \vartheta \}
 \end{aligned}$$

Auch in diesem letzten Fall sind die Unterschiede zur freien Streuung sehr gering. Um dort hinzugelangen, müssen wieder nur die Ausdrücke  $E^*$ ,  $E^{*'}$ ,  $\epsilon$  und  $\epsilon'$  durch  $E_f$ ,  $E_f'$ ,  $\epsilon_f$  und  $\epsilon_f'$  ersetzt werden.

Für die in diesem Abschnitt aufgeführten Übergangspotentiale kann man genau wie für die OBE-Potentiale eine Partialwellenentwicklung durchführen. Dazu wird wieder Gl. (I.2.26) verwendet. Allerdings treten nun mehr reduzierte Rotationsmatrizen auf als im OBE-Fall. Die für die Durchführung der numerischen Winkelintegration notwendigen Beziehungen zwischen den zusätzlichen Rotationsmatrizen und den Legendre-Polynomen sind in (Joa75) zu finden.

Bisher wurden die Isospinanteile der Übergangspotentiale vernachlässigt. Es sind dies die folgenden Ausdrücke:

$$N\Delta \rightarrow NN: \quad C(T) = \left\langle T, T_1=1/2, T_2=1/2 \left| \vec{\tau} \vec{\tau} \right| T, T_1=3/2, T_2=1/2 \right\rangle \quad (I.3.19)$$

$$\Delta\Delta \rightarrow NN: \quad D(T) = \left\langle T, T_1=1/2, T_2=1/2 \left| \vec{\tau} \vec{\tau} \right| T, T_1=3/2, T_2=3/2 \right\rangle$$

Dabei sind  $\vec{\tau}$  die bereits erwähnten Isospin-Pauli-Matrizen, während  $\vec{T}$  ein Isospinübergangsoperator ist, der Isospin 3/2- in Isospin 1/2-Zustände überführt.

Es ergibt sich:

$$C(T=0) = 0 \quad C(T=1) = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

$$D(T=0) = -\sqrt{2} \quad D(T=1) = -\sqrt{\frac{10}{9}}$$

### Berechnung der Box-Potentiale

Das Box-Potential erhält man durch Multiplikation der beiden entsprechenden Übergangspotentiale. Dabei wird über die Helizitätszwischenzustände summiert und über die Impulse im Zwischenzustand integriert. Es werden die Übergangspotentiale in der  $|JM\lambda_1\lambda_2\rangle$ -Darstellung verwendet, so daß man sofort die Partialwellenentwicklung des Box-Potentials erhält.

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1' \lambda_2' | V_{\text{Box}}^J(p', p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \sum_{h_1 h_2} \int d^3k \langle \lambda_1' \lambda_2' | V_0^J(p', k) | h_1 h_2 \rangle O(k) \cdot P_B \\ &\times \langle h_1 h_2 | V_u^J(k, p) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{I.3.20})$$

Die Bezeichnungen in Gl. (I.3.20) sind aus Abb. 6 zu entnehmen. Der Index Box kann für  $\text{NA-}$  oder auch  $\Delta\Delta\text{-Box}$  stehen.

Der Propagator  $P_B$  der beiden Baryonen im Zwischenzustand (kurz: Boxpropagator) hat die folgende Form:

$$P_B = \begin{aligned} &\frac{-1}{2E_\Delta - Z} && (\Delta\Delta\text{-Box}) \\ &\frac{-1}{E_\Delta + E_k - Z} && (\text{NA-Box}) \end{aligned} \quad (\text{I.3.21})$$

Es gibt nun für  $E_k$  und die Startenergie  $Z$  zwei Möglichkeiten:

Für einen Baryon-Propagator gelten die Argumente nicht, die bei den Mesonpropagatoren zur Unterdrückung der Mediumeffekte geführt haben. Es müssen also die Einteilchenenergien in Kernmaterie benutzt werden. Dies bedeutet:

$$\begin{aligned} E_k &= \sqrt{k^2 + M^2} + B \\ Z &= 2E = 2\sqrt{p^2 + M^2} + 2B \end{aligned} \quad (I.3.22)$$

Man bezeichnet diesen Effekt als Dispersionseffekt. Weiterhin muß bei konsequenter Betrachtung der Mediumeffekte in Gl. (I.3.20) ein winkelmittelter Pauli-Projektor  $\bar{Q}(k)$  eingeführt werden. In Kernmaterie sind nämlich sämtliche Zustände bis zum Fermiimpuls  $k_F$  besetzt. Wegen des Pauli-Verbots kann ein Nukleon im Zwischenzustand nur einen Impuls haben, der größer als  $k_F$  ist.  $Q(k)$  unterdrückt die verbotenen Zustände mit  $k$  kleiner  $k_F$ . In einer  $\Delta\Delta$ -Box tritt natürlich kein Pauli-Projektor auf.

Im nächsten Kapitel wird aber ein Fall auftreten, in dem Mediumeffekte nur in den Übergangspotentialen, aber nicht im Zwischenzustand betrachtet werden. Dann tritt in keiner Box ein Pauli-Projektor auf und es ist:

$$\begin{aligned} E_k &= \sqrt{k^2 + M^2} \\ Z &= 2E_f = 2\sqrt{p^2 + M^2} \end{aligned} \quad (I.3.23)$$

Beide Möglichkeiten können wahlweise numerisch berechnet werden. Auf die analytische Form des winkelmittelten Pauli-Projektors wird im nächsten Kapitel ausführlich eingegangen werden.

Die mit Gl. (I.3.20) berechneten Box-Potentialamplituden unterscheiden sich äußerlich nicht mehr von den OBE-Potentialen. Für sie gelten Paritäts- und

Gesamtspinerhaltung und somit kann man ihre Zahl auf 6 unabhängige Amplituden wie in Gl. (I.2.29) oder auch Gl. (I.2.30) reduzieren. Weiterhin ist es möglich, sie in die  $|JMLS\rangle$ -Darstellung zu transformieren, wobei Gl. (I.2.38) angewendet wird.

Abb. 1

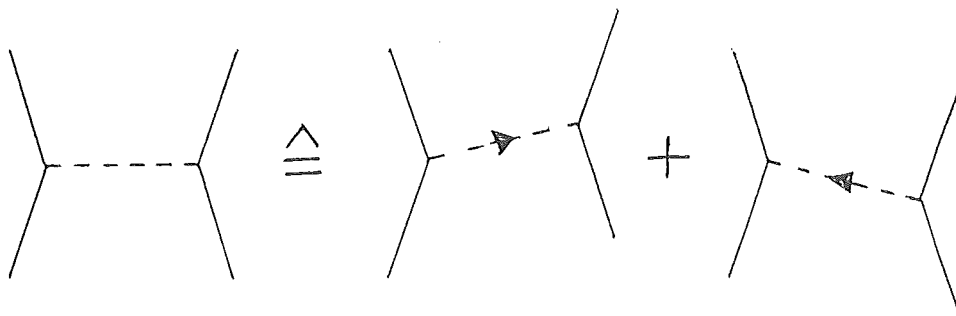
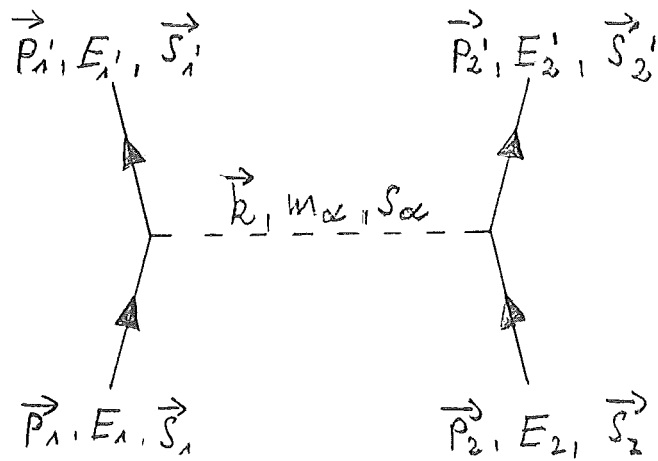


Abb. 2

Abb. 3

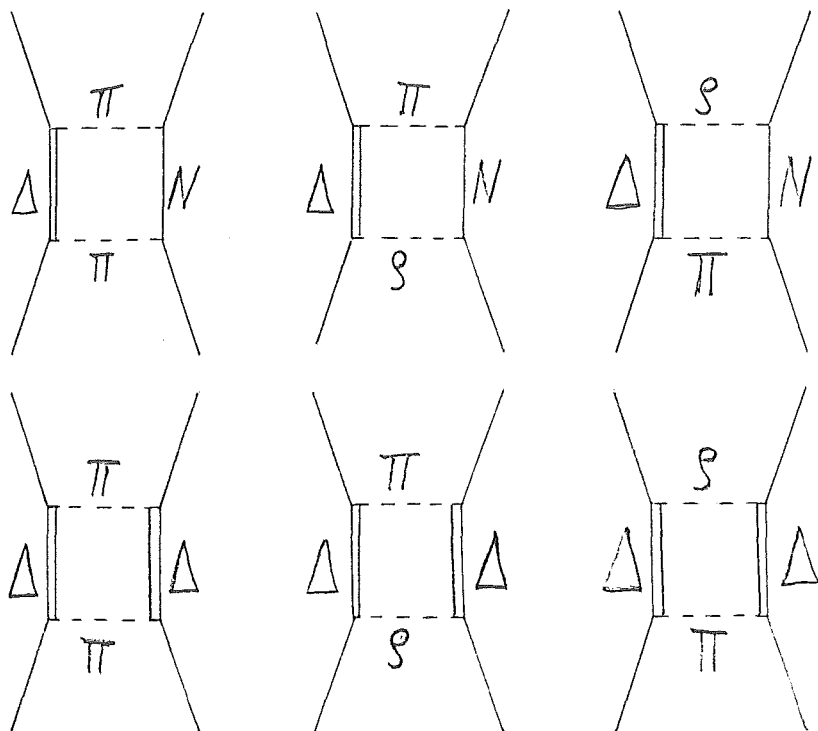


Abb. 4

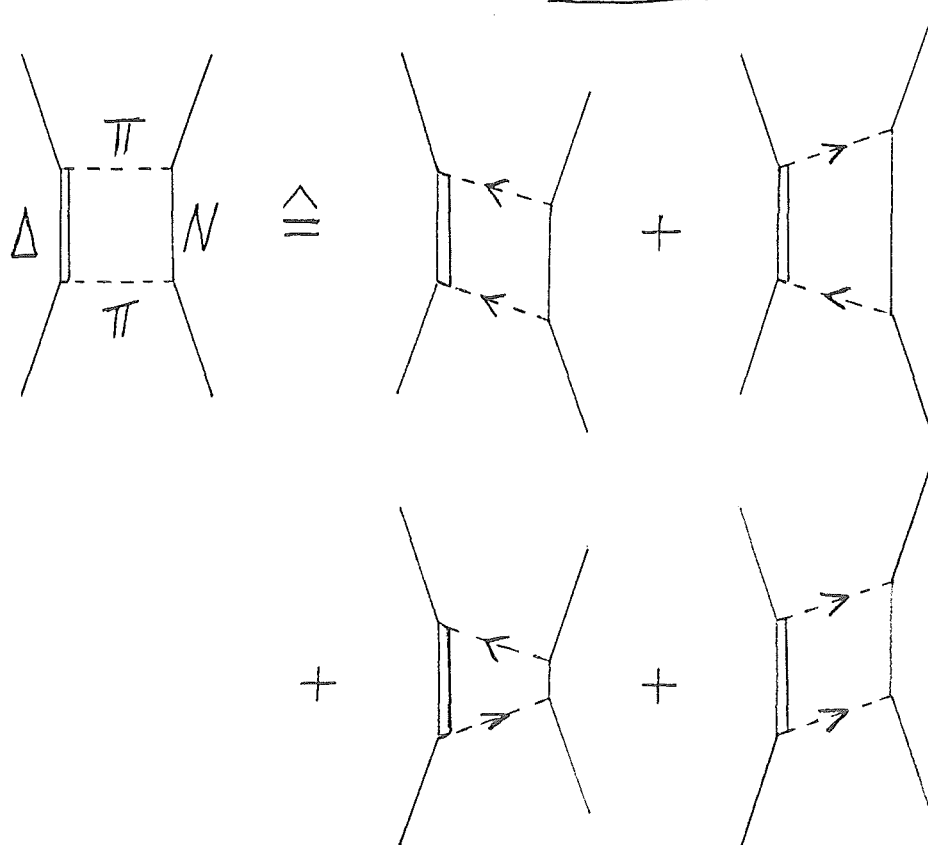
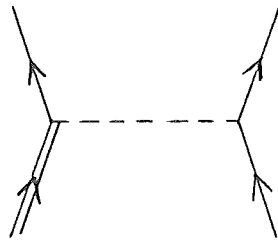
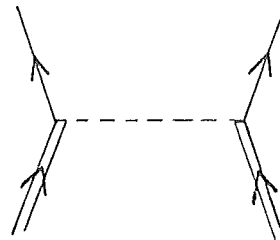




Abb. 5

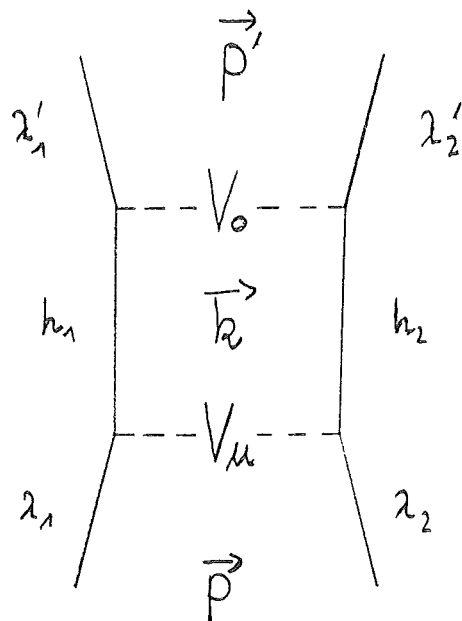


$$N\Delta \rightarrow NN$$



$$\Delta\Delta \rightarrow NN$$

Abb. 6



## Kapitel II

### Berechnung von Nukleon-Bindungsenergien in Kernmaterie

Als erste Anwendung der in Kapitel I bestimmten Nukleon-Nukleon-Potentiale soll nun die Bindungsenergie eines Nukleons in Kernmaterie als Funktion der Dichte  $\rho$  bestimmt werden. Dabei werden zwei Ziele verfolgt:

1. Es soll gezeigt werden, daß der "experimentelle" Sättigungspunkt der Kernmaterie reproduziert werden kann, wenn die relativistischen Mediumeffekte aus Abschnitt I.1 in das Potential eingeführt werden.
2. Das  $\sigma$ -Meson des OBE-Potentials wird mit den Delta-Boxen verglichen, insbesondere die Wirkung der relativistischen Mediumeffekte auf die jeweiligen Potentialbeiträge.

Die Berechnung von Bindungsenergien geschieht mit Hilfe der Brückner-Hartree-Fock-Theorie (Day67, Day78), die hier wegen der Einbeziehung von relativistischen Effekten als Dirac-Brückner-Theorie bezeichnet wird. Die wesentliche Größe dieser Theorie ist die Reaktionsmatrix  $G(\vec{p}, \vec{k}, \vec{k}_0, z) = \langle \vec{k} | G(\vec{p}, z) | \vec{k}_0 \rangle$ . Man erhält sie durch die relativistische Version der Bethe-Goldstone-Gleichung, die ein Vielteilchenanalogon zur Lippmann-Schwinger-Gleichung der freien Streuung darstellt.

$$G(\vec{p}, \vec{k}, \vec{k}_0, z) = V(\vec{k}, \vec{k}_0, z) + \int d^3k' V(\vec{k}, \vec{k}'; z) G(\vec{p}, \vec{k}', \vec{k}_0, z) \times \frac{1}{z - E(\vec{p} + \vec{k}') - E(\vec{p} - \vec{k}')} \quad (\text{II.0.1})$$

Dabei sind  $\vec{k}_0 = 1/2(\vec{k}_m - \vec{k}_n)$ ,  $\vec{k}'$  bzw.  $\vec{k} = 1/2(\vec{k}'_m - \vec{k}'_n)$  die Relativimpulse im Anfangs-, Zwischen- und Endzustand.  $\vec{p} = 1/2(\vec{k}_m + \vec{k}_n)$  ist der halbe Schwerpunkts-

impuls.  $E(\vec{p}+\vec{k}')$  und  $E(\vec{p}-\vec{k}')$  sind die Ein-Teilchen-Energien der Nukleonen im Zwischenzustand.  $Q(\vec{p},\vec{k}')$  ist der Pauli-Projektor und  $Z$  die Startenergie.

Für die Bindungsenergie in Kernmaterie setzt man in der Dirac-Brückner-Theorie an:

$$E_B = \sum_{k_m \leq k_F} \langle m | t(k_m) | m \rangle + 1/2 \sum_{\substack{k_m \leq k_F \\ k_n \leq k_F}} \langle mn | G | mn - nm \rangle \quad (\text{II.0.2})$$

Dies geschieht in Analogie zu dem Ausdruck in niedrigster Ordnung der Loch-Linienentwicklung der nichtrelativistischen Theorie (Day67).  $t(k)$  ist der Operator der relativistischen kinetischen Energie eines Nukleons. Die Summen bzw. Integrale in Gl. (I.0.2) gehen über alle Zustände unterhalb der Fermikante.

Nukleonen wechselwirken durch Zwei-Teilchen-Kräfte wie die in Kapitel I beschrieben. Man kann die Gesamtheit dieser Wechselwirkungen durch den Selbstenergieoperator  $\Sigma$  (Abschnitt I.1) beschreiben. Damit hat man auch ein mittleres Ein-Teilchen-Potential  $U(k_m) = \langle k_m | \Sigma | k_m \rangle$ . Man wählt dieses Potential als:

$$U(k_m) = \sum_{k_n \leq k_F} \langle k_m k_n | G | k_m k_n - k_n k_m \rangle \quad (\text{II.0.3})$$

Durch die Wahl dieses "Brückner-Hartree-Fock"-Potentials fallen sämtliche "Bubble"-Graphen dritter und höherer Ordnung aus der Loch-Linien-Reihe heraus (Day67, Mah80). Im Fall des sog. "standard choice" gilt Gl. (II.0.3) nur für Impulse  $k_m$  unterhalb des Fermiimpulses  $k_F$ . Für  $k_m > k_F$  ist  $U(k_m) = 0$ . In dieser Arbeit wird  $U(k_m)$  für alle  $k_m$  nach Gl. (II.0.3) berechnet ("continuous choice"). Durch die zweite Möglichkeit werden effektiv höhere Ordnungen der Loch-Linien-Entwicklung berücksichtigt (Ma75). Man kann nun die Ein-Teilchen-Energie  $E(k)$  auf zwei verschiedene Arten darstellen. Mit Gl. (I.1.11) ist:

$$E(k) = \sqrt{k^2 + M^2} + B \quad (\text{II.0.4})$$

Mit Hilfe von  $U(k)$  ergibt sich andererseits:

$$E(k) = \sqrt{k^2 + M^2} + U(k) \quad (\text{II.0.5})$$

Da  $U(k)$  bzw.  $\Sigma$  über die Ein-Teilchen-Energie in die Berechnung der G-Matrix in Gl. (II.0.1) eingehen, diese aber auch in Gl. (II.0.3) benötigt wird, müssen  $G(\vec{p}, \vec{k}, \vec{k}_0)$  und  $U(k_m)$  selbstkonsistent bestimmt werden.

### II.1 Numerische Berechnung von $G(\vec{p}, \vec{k}, \vec{k}_0)$ , $U(k_m)$ und $E_B$

Um die G-Matrix bei gegebenem  $U(k_m)$  auszurechnen, muß man für Gl. (II.0.1) eine Partialwellenzerlegung durchführen. Dazu müssen zunächst zwei Näherungen gemacht werden. Im Energienenner tauchen Terme auf, die die Winkel  $\angle(\vec{k}_0, \vec{p})$  und  $\angle(\vec{k}', \vec{p})$  enthalten. Diese Winkelabhängigkeiten zerstören die Rotationsinvarianz des Integranden und führen dazu, daß die Zustände zu verschiedenen  $J$  in der  $|JM\lambda_1\lambda_2\rangle$ -Darstellung von  $G(\vec{p}, \vec{k}, \vec{k}_0)$  gekoppelt sind. Darum werden die Winkelterme einfach vernachlässigt. Dies bedeutet z.B.:

$$\sqrt{(\vec{p} + \vec{k}_0)^2 + M^2} = \sqrt{p^2 + k_0^2 + 2pk_0 \cos\vartheta + M^2} \approx \sqrt{p^2 + k_0^2 + M^2} \quad (\text{II.1.1})$$

In (Ko74) wird diese Näherung als gut bezeichnet. In Kapitel III, bei der Berechnung der Quasiteilchenwechselwirkung an der Fermikante, wird sich zeigen, daß sie durchaus merkliche Abweichungen verursacht.

Die zweite Näherung betrifft den Pauli-Projektor  $Q(\vec{p}, \vec{k}')$ . Da alle Zustände unterhalb der Fermikante in Kernmaterie schon besetzt sind, sorgt dieser dafür, daß nur Zwischenzustände mit  $k > k_F$  berücksichtigt werden.  $Q(\vec{p}, \vec{k}')$  kann also durch folgende Gleichung definiert werden:

$$Q(\vec{p}, \vec{k}') = \begin{cases} 1 & \text{für } \vec{p} + \vec{k}' > k_F \\ & \text{und } \vec{p} - \vec{k}' > k_F \\ 0 & \text{const} \end{cases} \quad (\text{II.1.2})$$

$Q(\vec{p}, \vec{k}')$  hängt offensichtlich vom Winkel  $\angle(\vec{p}, \vec{k}')$  ab. Um diese Winkelabhängigkeit zu beseitigen, ersetzt man 0 durch den winkelmittelten Pauli-Projektor  $\bar{Q}$ , der nur noch von den Beträgen der beiden Impulse abhängt. Man erhält:

$$\bar{Q}(p, k') = \begin{cases} 1 & \text{für } k' > p + k_F \\ \frac{k'^2 + p^2 + k_F^2}{2k'p} & \text{für } \sqrt{k_F^2 - p^2} \leq k' \leq k_F + p \\ 0 & \text{für } k' \leq \sqrt{k_F^2 - p^2} \end{cases} \quad (\text{II.1.3})$$

Diese Näherung führt zu Fehlern in den Ergebnissen, die kleiner als 0.1 MeV sind (Irw63).

Vor der Partialwellenzerlegung muß Gl. (II.0.3) erst in Helizitätsdarstellung angegeben werden:

$$\begin{aligned} \langle \lambda_1' \lambda_2' | G(p, k, k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle &= \langle \lambda_1' \lambda_2' | V(\vec{k}, \vec{k}_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \\ &+ \int d^3 k' \sum_{h_1 h_2} \langle \lambda_1' \lambda_2' | V(\vec{k}, \vec{k}') | h_1 h_2 \rangle \frac{\bar{Q}(p, k')}{\bar{e}} \langle h_1 h_2 | G(\vec{p}, \vec{k}', \vec{k}_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.1.4})$$

$\bar{e}$  ist der Energienenner mit den angenäherten Ein-Teilchen-Energien. Für die G-Matrix ist eine analoge Partialwellenentwicklung wie für das Potential in Gl. (I.2.17) möglich.

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | G(\vec{p}, \vec{k}, \vec{k}_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \frac{1}{4\pi} \sum_J (2J+1) d_{\Lambda\Lambda'}^J(\mathcal{V}_1) \langle \lambda_1' \lambda_2' | G^J(p, k, k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \quad (\text{II.1.5})$$

mit  $\mathcal{V}_1 = \mathcal{X}(\vec{k}, \vec{k}_0)$ .

Durch Einsetzen erhält man für Gl. (II.1.4)

$$\begin{aligned} & \sum_J (2J+1) d_{\Lambda\Lambda'}^J(\mathcal{V}_1) [\langle \lambda_1' \lambda_2' | G^J(p, k, k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle - \langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(k, k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle] \\ &= \frac{1}{4\pi} \int dk' k^2 \sum_{h_1 h_2 J' J''} (2J'+1)(2J''+1) \frac{\bar{Q}(p, k')}{e} \\ & \times \langle \lambda_1' \lambda_2' | V^{J'}(k, k') | h_1 h_2 \rangle \langle h_1 h_2 | G^{J''}(p, k', k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.1.6})$$

$$\times \int d\Omega_k, d_{H\Lambda}^{J'}(\mathcal{V}_2) d_{\Lambda H}^{J''}(\mathcal{V}_3)$$

$$\text{mit } H = h_1 - h_2, \mathcal{V}_2 = \mathcal{X}(\vec{k}, \vec{k}'), \mathcal{V}_3 = \mathcal{X}(\vec{k}', \vec{k}_0)$$

Das Raumwinkelintegral ergibt:

$$\begin{aligned} \int d\Omega_k, d_{H\Lambda}^{J'}(\mathcal{V}_2) d_{\Lambda H}^{J''}(\mathcal{V}_3) &= \frac{4\pi}{2J'+1} \delta_{J', J''} d_{\Lambda' \Lambda}^{J'}(\mathcal{V}_{k_0, k}) \\ &= \frac{4\pi}{2J'+1} \delta_{J', J''} d_{\Lambda\Lambda'}^{J'}(\mathcal{V}_1) \end{aligned} \quad (\text{II.1.7})$$

Mit Hilfe dieses Resultates erhält man schließlich durch Koeffizientenvergleich die Partialwellendarstellung der Bethe-Goldstone-Gleichung:

$$\langle \lambda_1' \lambda_2' | G^J(P, k, k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle = \langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(k, k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle \quad (\text{II.1.8})$$

$$+ \int dk' k'^2 \sum_{h_1 h_2} \frac{\bar{O}(P, k')}{\bar{e}} \langle \lambda_1' \lambda_2' | V^J(k, k') | h_1 h_2 \rangle \langle h_1 h_2 | G^J(P, k', k_0) | \lambda_1 \lambda_2 \rangle$$

Da für  $G$  wie für  $V$  Paritäts- und Gesamtspinerhaltung gilt (Gl. (I.2.22) und (I.2.23)), läßt sich die Zahl der unabhängigen Amplituden von 16 auf 6 reduzieren. Es werden wieder die gleichen Kombinationen wie für das Potential gewählt:

$$\begin{aligned} G_1^J &= \langle ++ | G^J | ++ \rangle & G_2^J &= \langle ++ | G^J | -- \rangle \\ G_3^J &= \langle +- | G^J | +- \rangle & G_4^J &= \langle +- | G^J | -+ \rangle \\ G_5^J &= \langle ++ | G^J | +- \rangle & G_6^J &= \langle +- | G^J | ++ \rangle \end{aligned} \quad (\text{II.1.9})$$

Mit den gleichen Linearkombinationen wie für das Potential läßt sich das System von 6 gekoppelten Gleichungen, das sich aus Gl. (II.1.8) ergibt, teilweise entkoppeln. Man hat die Amplituden:

$$\begin{aligned} 0_G^J &= G_1^J - G_2^J & 12_G^J &= G_1^J + G_2^J \\ 1_G^J &= G_3^J - G_4^J & 34_G^J &= G_3^J + G_4^J \\ 5_G^J &= 2G_5^J & 6_G^J &= 2G_6^J \end{aligned} \quad (\text{II.1.10})$$

und erhält damit das Gleichungssystem:

$$0_G^J(P, k, k_0) = 0_V^J(k, k_0) + \int dk' k'^2 \frac{\bar{O}(P, k')}{\bar{e}} 0_V^J(k, k') 0_G^J(P, k', k_0)$$

$$1_G^J(P, k, k_0) = 1_V^J(k, k_0) + \int dk' k'^2 \frac{\bar{O}(P, k')}{\bar{e}} 1_V^J(k, k') 1_G^J(P, k', k_0)$$

$$\begin{aligned}
 {}^{12}_G J(P, k, k_0) &= {}^{12}_V J(k, k_0) \\
 &+ \int dk' k'^2 \frac{\bar{Q}(P, k')}{\bar{e}} ({}^{12}_V J(k, k') {}^{12}_G J(P, k', k_0) + {}^5_V J(k, k') {}^6_G J(P, k', k_0)) \\
 {}^{34}_G J(P, k, k_0) &= {}^{34}_V J(k, k_0) \\
 &+ \int dk' k'^2 \frac{\bar{Q}(P, k')}{\bar{e}} ({}^{34}_V J(k, k') {}^{34}_G J(P, k', k_0) + {}^6_V J(k, k') {}^5_G J(P, k', k_0)) \\
 &{}^{5}_G J(P, k, k_0) = {}^5_V J(k, k_0) \\
 &+ \int dk' k'^2 \frac{\bar{Q}(P, k')}{\bar{e}} ({}^{12}_V J(k, k') {}^5_G J(P, k', k_0) + {}^5_V J(k, k') {}^{34}_G J(P, k', k_0)) \\
 {}^6_G J(P, k, k_0) &= {}^6_V J(k, k_0) \\
 &+ \int dk' k'^2 \frac{\bar{Q}(P, k')}{\bar{e}} ({}^{34}_V J(k, k') {}^6_G J(P, k', k_0) + {}^6_V J(k, k') {}^{12}_G J(P, k', k_0))
 \end{aligned}
 \tag{II.1.11}$$

Die ersten beiden Gleichungen sind ungekoppelt. Von den anderen vier sind je zwei miteinander gekoppelt.

Man kann schließlich die G-Matrix noch in die physikalisch anschaulichere  $|JMLS\rangle$ -Basis transformieren. Dies geschieht völlig analog zum Potential. Es ergeben sich die Beziehungen:

Spin-Singulett  $S=0$

$$L'=J=L \quad {}^0_G J = G_1^J - G_2^J$$



Spin-Triplett S=1

(II.1.12)

$$L'=J=L \quad {}^1G^J = G_3^J - G_4^J$$

$$L'=J+1=L \quad {}^+G^J = \frac{1}{2J+1} \{ (J+1) {}^{12}G^J + {}^{34}G^J - 2\sqrt{J(J+1)} {}^{56}G^J \}$$

$$L'=J-1=L \quad {}^-G^J = \frac{1}{2J+1} \{ J {}^{12}G^J + (J+1) {}^{34}G^J + 2\sqrt{J(J+1)} {}^{56}G^J \}$$

$$L'=J+1, L=J-1 \quad {}^{+-}G^J = -\frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \{ {}^{12}G^J - {}^{34}G^J \\ + \frac{J+1}{\sqrt{J(J+1)}} {}^{56}G^J - \frac{J}{\sqrt{J(J+1)}} {}^{66}G^J \}$$

$$L'=J-1, L=J+1 \quad {}^{-+}G^J = -\frac{\sqrt{J(J+1)}}{2J+1} \{ {}^{12}G^J - {}^{34}G^J \\ - \frac{J}{\sqrt{J(J+1)}} {}^{56}G^J + \frac{J+1}{\sqrt{J(J+1)}} {}^{66}G^J \}$$

$$\text{mit: } {}^{56}G^J = G_5^J + G_6^J$$

Die Gl. (II.1.11) werden numerisch mit Hilfe der Matrixinversionsmethode von Haftel und Tabakin (HT70) gelöst, die auch in (Ko74) ausführlich beschrieben worden ist.

Wenn die G-Matrixelemente in der  $|JMLS\rangle$ -Darstellung gegeben sind, so kann man damit die Bindungsenergie pro Nukleon  $E_B/A$  und das Ein-Teilchen-Potential bestimmen.

Die Bindungsenergie teilt sich in kinetische und potentielle Energie. Der Operator für die relativistische kinetische Energie eines Nukleons hat die Form (SACP83):

$$t(\vec{k}) = \gamma^0 (\vec{\gamma} \vec{k} + M) - M \quad (\text{II.1.13})$$

Mit den Spinoren aus Gl. (I.1.8) ergibt sich für das Matrixelement:

$$\langle k | t(\vec{k}) | k \rangle = f^\dagger(\vec{k}) t(\vec{k}) f(\vec{k}) = \frac{k^2 + MM^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} - M \quad (\text{II.1.14})$$

Da die Energiezustände in Kernmaterie kontinuierlich sind, geht die Summe in Gl. (II.0.2) in ein Integral über. Die kinetische Energie pro Nukleon ist damit:

$$\frac{E_{\text{kin}}}{A} = \frac{1}{A} \sum_{k_m \leq k_F} \langle m | t(\vec{k}_m) | m \rangle = \frac{4}{(2\pi)^3} \frac{1}{\rho} \int_0^{k_F} d^3k \left( \frac{k^2 + MM^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} - M \right) \quad (\text{II.1.15})$$

$$= \frac{3}{k_F^3} \int_0^{k_F} dk \, k^2 \left( \frac{k^2 + MM^*}{\sqrt{k^2 + M^{*2}}} - M \right)$$

In dieser Gleichung wurde die Beziehung zwischen Dichte und Fermiimpuls benutzt:

$$\rho = \frac{2k_F^3}{3\pi^2} \quad (\text{II.1.16})$$

Die potentielle Energie pro Nukleon ist:

$$\frac{E_{\text{pot}}}{A} = \frac{1}{2A} \sum_{\substack{k_m \leq k_F \\ k_n \leq k_F}} \langle mn | G | mn - nm \rangle \quad (\text{II.1.17})$$

Durch den Übergang zum Integral sowie Substitution der Teilchenimpulse  $\vec{k}_m$  und  $\vec{k}_n$  durch Schwerpunkts- und Relativimpuls  $\vec{P}$  und  $\vec{k}$  ergibt sich:

$$\frac{E_{\text{pot}}}{A} = \frac{1}{2(2\pi)^3} \frac{1}{\rho} \int d\vec{k} \int d\vec{p} \sum_{m_1 m_2} \langle \vec{k}_{m_1 m_2} | G(\vec{p}) | \vec{k}_{m_1 m_2} - \vec{k}_{m_2 m_1} \rangle \quad (\text{II.1.18})$$

Die Integrationsgrenzen sind durch die Bedingungen  $|\vec{k} + \vec{p}| \leq k_F$  bzw.  $|\vec{k} - \vec{p}| \leq k_F$  gegeben. Die Summe über  $m_1$  und  $m_2$  berücksichtigt die Entartung in Spin, Isospin und Bahndrehimpuls. Durch Ausführung der beiden Raumwinkelintegrationen gelangt man zu:

$$\begin{aligned} \frac{E_{\text{pot}}}{A} &= \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{\rho} \sum_{J,L,S,T} (2J+1)(2T+1) \\ &\int_0^{k_F} dk \cdot k^2 \left[ 4\pi \int_0^{k_F-k} dP \cdot P^2 \cdot G_{LL}^{\text{JST}}(P|k,k) \right. \\ &\quad \left. + 2\pi \int_{k_F-k}^{\sqrt{2k_F^2-k^2}} dP \cdot P^2 \frac{k_F^2-k^2-P^2}{kP} G_{LL}^{\text{JST}}(P|k,k) \right] \end{aligned} \quad (\text{II.1.19})$$

Die  $G_{LL}^{\text{JST}}$  sind die G-Matrixelemente in der  $|JMLS\rangle$ -Darstellung aus Gl. (II.1.12). Um die Radialintegration für den Schwerpunktsimpuls durchführen zu können, muß eine Näherung gemacht werden. In (CSA69) ist gezeigt worden, daß die G-Matrix nur sehr schwach von  $P$  abhängt. Man kann also für  $P$  einen festen Wert wählen und die  $G_{LL}^{\text{JST}}$  danach aus dem Integral herausziehen. Im allgemeinen wählt man für  $P$  den winkelmittelten Schwerpunktsimpuls  $P_{\text{av}}$  mit:

$$\vec{p}_{\text{av}}^2 = \frac{\int d\vec{p} \vec{p}^2}{\int d\vec{p}} = \frac{3}{5} k_F^2 \left( 1 - \frac{k}{k_F} \right) \left( 1 + \frac{k^2/k_F^2}{3(2+k/k_F)} \right) \quad (\text{II.1.20})$$

Man kann  $P$  aber mit der gleichen Begründung einfach 0 setzen, was in allen Rechnungen in dieser Arbeit getan worden ist. Dies hat die Konsequenz, daß die Näherung in Gl. (II.1.1) überhaupt keine Näherung mehr ist. Für  $P=0$  fallen die winkelabhängigen Terme automatisch weg. Es ergibt sich schließlich:

$$\begin{aligned}
 \frac{E_{\text{pot}}}{A} = & \int_0^{k_F} dk \left( 1 - \frac{3k}{k_F} + \frac{k^3}{k_F^3} \right) \left[ \sum_{J \text{ gerade}} (2J+1) \{ 3({}^0G^J(0/k,k) + {}^4G^J(0/k,k) \right. \\
 & + {}^2G^J(0/k,k)) + {}^1G^J(0/k,k) \} + \sum_{J \text{ ungerade}} (2J+1) \{ {}^0G^J(0/k,k) + {}^4G^J(0/k,k) \\
 & \left. + {}^2G^J(0/k,k) + 3 \cdot {}^1G^J(0/k,k) \} \right] \quad (\text{II.1.21})
 \end{aligned}$$

Die Aufspaltung der Summe über J sorgt dafür, daß nur Pauli-erlaubte Zustände berücksichtigt werden.

Aus den Gl. (II.1.15) und (II.1.21) ersieht man, daß  $E_B/A$  vom Parameter  $k_F$  abhängt. Wegen der Beziehung (II.1.16) zwischen  $k_F$  und  $\rho$  hat man also wie gewünscht die Bindungsenergie als Funktion der Dichte.

Beim Ein-Teilchen-Potential geht man analog zu  $E_{\text{pot}}$  vor.

$$U(k_m) = \sum_{n \leq k_F} \langle mn | G | mn - nm \rangle = 2 \int dk k^2 \sum_{m_1 m_2} \langle \vec{k}_{m_1 m_2} | G(\vec{p}) | \vec{k}_{m_1 m_2} - \vec{k}_{m_2 m_1} \rangle \int d\Omega_k \quad (\text{II.1.22})$$

Die Integrationsgrenzen sind hier durch die Festlegung von  $\vec{k}_m$  und durch  $|\vec{p} - \vec{k}| \leq k_F$  gegeben. Nach der Winkelintegration erhält man:

$$\begin{aligned}
 U(k_m) = & \sum_{J,S,L,T} (2J+1)(2T+1) \left[ 4 \int_0^{1/2(k_F - k_m)} dk \cdot k^2 \cdot G_{LL}^{JST}(\vec{p}|k,k) \right. \\
 & \left. + 2 \int_{1/2(k_F - k_m)}^{1/2(k_F + k_m)} dk \cdot k^2 \cdot \frac{k_F^2 - (2k - k_m)^2}{4k k_m} \cdot G_{LL}^{JST}(\vec{p}|k,k) \right] \quad (\text{II.1.23})
 \end{aligned}$$

Um  $U(k_m)$  nicht in Abhängigkeit von  $\vec{P}$  betrachten zu müssen, wird in  $G$  wieder der feste Wert  $\vec{P}$  eingesetzt, was nach (CSA69) möglich ist. In dieser Arbeit wird wie bei der Berechnung von  $E_{\text{pot}}$   $\vec{P}=0$  gesetzt.

Führt man einen Teil der Summen explizit aus, so erhält man als Endergebnis:

$$U(k_m) = 4 \int_0^{1/2(k_F - k_m)} dk \cdot k^2 \cdot S + 2 \int_{1/2(k_F - k_m)}^{1/2(k_F + k_m)} dk \cdot k^2 \frac{k_F^2 - (2k - k_m)^2}{4k k_m} \cdot S \quad (\text{II.1.24})$$

$$S = \sum_{J \text{ gerade}} (2J+1) \{ 3({}^0G^J(0|k,k) + {}^+G^J(0|k,k) + {}^-G^J(0|k,k)) + {}^1G^J(0|k,k) \} \\ + \sum_{J \text{ ungerade}} (2J+1) \{ {}^0G^J(0|k,k) + {}^+G^J(0|k,k) + {}^-G^J(0|k,k) + 3 {}^1G^J(0|k,k) \}$$

Auch  $U(k_m)$  hängt vom Parameter  $k_F$  und somit von der Dichte ab.

Die Formeln (II.1.15), (II.1.21) und (II.1.24) können in dieser Form, mit Hilfe eines Gauß-Integrals, leicht numerisch berechnet werden.

Die einzelnen Schritte, die zur Herleitung dieser Gleichungen führen, wurden hier nur angedeutet. Genauere Einzelheiten sind in (EAH71) zu finden. Bei der Berechnung von  $U(k_m)$  und  $G(\vec{P}, \vec{k}, \vec{k}_0)$  ist die Existenz der jeweils anderen Größe vorausgesetzt. Die Beiden müssen also selbstkonsistent bestimmt werden. Es soll nun kurz der Selbstkonsistenzzyklus skizziert werden.

1. Man beginnt mit 2 Startwerten  $A_0$  und  $B_0$  des Selbstenergieoperators. Damit werden die  $G$ -Matrixelemente in Gl. (II.1.12) berechnet.
2. Aus der  $G$ -Matrix wird für 2 Impulse  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$  das Ein-Teilchen-Potential  $U$  bestimmt. Diese Impulse müssen so gewählt werden, daß das mit  $A_0$ ,  $B_0$  und

der G-Matrix berechnete  $U(k)$  möglichst gut mit dem mit Hilfe von  $A_1$ ,  $B_1$  und der Formel:

$$U(k) = E(k) - E_{\text{kin}}(k) - M = \sqrt{M_1^{*2} + k^2} + B_1 - \frac{k^2 + MM_1^*}{\sqrt{M_1^{*2} + k^2}}$$

angenäherten  $U(k)$  übereinstimmt. Dabei sind  $B_1$  und  $M_1^* = M + A_1$  die im Laufe des Selbstkonsistenzzyklus bestimmten neuen Parameter des Selbstenergieoperators. Diese Wahl der Impulse ersetzt wesentlich aufwendigere Fitprozesse. Für OBE-Potentiale sind  $k_1 = 0.5 k_F$ ,  $k_2 = 1.25 k_F$ ; für Potentiale, die auch Delta-Boxen enthalten, wurden  $k_1 = 0.5 k_F$ ,  $k_2 = 1.0 k_F$  gewählt worden.

3. Für  $k_1$  und  $k_2$  werden die kinetischen Energien nach Gl. (II.1.14) errechnet. Mit  $E(k) = E_{\text{kin}}(k) + U(k)$  erhält man dann die Ein-Teilchen-Energien für die beiden Impulse. Schließlich berechnet man

$$X = (E(k_1) - E(k_2))^2$$

und

$$Y = (X - k_1^2 - k_2^2)^2$$

4. Neben der unter 3. erwähnten Bestimmungsgleichung gibt es für  $E(k)$  noch den Ansatz:

$$E(k) = \sqrt{M^{*2} + k^2} + B - M$$

Mit Hilfe dieser Gleichung und den Werten von  $X$  und  $Y$  lassen sich  $M_1^* = A_1 + M$  und  $B_1$  als Endprodukte eines Zyklus bestimmen. Setzt man nämlich

$E(k_1)$  und  $E(k_2)$  in die Definitionen von  $X$  und  $Y$  ein, so erhält man nach einigen simplen Umformungen:

$$M_1^* = \sqrt{\frac{Y - 4k_1^2 k_2^2}{4X}}$$

Daraus ergibt sich:

$$A_1 = M_1^* - M$$

$$B_1 = E_{\text{kin}}(k_1) + U(k_1) - \sqrt{M_1^{*2} + k_1^2} + M$$

5. Sind die Differenzen von  $A_0$  und  $A_1$  bzw.  $B_0$  und  $B_1$  kleiner als 2 vorgegebene Toleranzwerte, wird der Selbstkonsistenzkreis verlassen, wobei mit  $A_1$  und  $B_1$  weitergerechnet wird. Trifft dies nicht zu, beginnt man wieder bei Schritt 1., wobei  $A_1$  und  $B_1$  an die Stelle von  $A_0$  und  $B_0$  gesetzt werden.

Mit dem in Kapitel I und Abschnitt II.1 Gesagten ist nun alles gegeben, was für die Berechnung von Bindungsenergien nötig ist. In den folgenden Abschnitten dieses Kapitels werden die Ergebnisse solcher Rechnungen angegeben und diskutiert.

## II.2 Bestimmung des Sättigungspunktes von Kernmaterie mit OBE-Potentialen

Stellt man  $E_B/A$  als Funktion von  $\rho$  graphisch dar, so muß diese Kurve wegen der Stabilität der Materie ein Minimum besitzen, falls man eine physikalisch sinnvolle Wechselwirkung verwendet hat. Dieses Minimum, der Sättigungspunkt, gibt an, welche Werte für  $E_B$  und  $\rho$  für Kernmaterie gegeben sind. Das Ziel von Kern-

materie-Rechnungen ist es, den "experimentellen" Sättigungspunkt zu reproduzieren.

Natürlich ist es unmöglich, mit Kernmaterie Experimente durchzuführen. Die in den verschiedensten Referenzen angegebenen experimentellen Werte werden mit einer Extrapolation beobachtbarer Eigenschaften von endlichen Kernen auf unendliche Kernmaterie gewonnen. Für die Bindungsenergie geschieht dies mit Hilfe der semiempirischen Weizsäckerschen Massenformel. Diese liefert für die Bindungsenergie eines Korns mit Massenzahl  $A$  und Kernladung  $Z$  den Ausdruck (MK79):

$$E_B(A,Z) = -a_V A + a_S A^{2/3} + a_C Z^2 A^{-1/3} + a_A \left(Z - \frac{A}{2}\right)^2 A^{-1} + a_P \quad (\text{II.2.1})$$

Die Summe setzt sich zusammen aus Volumenenergie, Oberflächenenergie, Coulombenergie, Asymmetrieenergie und der Paarungsenergie. Für Kernmaterie verschwinden Asymmetrie- und Coulombenergie, da wir  $Z = A/2$  angesetzt haben und die Coulombwechselwirkung nicht in Betracht ziehen. Weiterhin werden Oberflächen- und Paarungsenergie für große  $A$  vernachlässigbar klein. Es bleibt somit die Volumenenergie:

$$E_B/A = -a_V \quad (\text{II.2.2})$$

Die Konstante  $a_V$  kann mit Hilfe von mindestens fünf experimentell bestimmten Kernmassen bestimmt werden. Der derzeit anerkannte Wert für die Bindungsenergie ist (Ma80):

$$E_B/A = (-16 \pm 0.5) \text{ MeV}$$



Ähnliche Ideen führen zu einem Wert für  $\rho$ . Mit einer Methode aus (Br64) findet man (Ma80):

$$\rho = (0.17 \pm 0.2) \frac{\text{Nukleon}}{\text{fm}^3}$$

bzw.

$$k_F = (1.36 \pm 0.05) \text{ fm}^{-1}$$

Es hat schon viele Versuche mit den verschiedensten Nukleon-Nukleon-Potentialen gegeben, diese Zahlen zu reproduzieren. Alle sind fehlgeschlagen. Die Sättigungspunkte lagen immer auf einem Streifen im  $E_B/A$ - $k_F$ -Diagramm, dem sog. Coester-Band, das den Bereich mit den experimentellen Werten nicht schneidet.

Als Änderung gegenüber diesen alten Potentialen werden in dieser Arbeit, gemäß (SACP83), nicht mehr ebene Wellen bzw. freie Dirac-Spinoren als Nukleon-Spinoren verwendet, sondern es werden die relativistischen Mediumeffekte in den Nukleonspinoren berücksichtigt.

Zunächst sollen die Ergebnisse für ein OBE-Potential dargestellt werden.

Die Rechnungen wurden mit einem Parametersatz durchgeführt, der im weiteren als 060 bezeichnet werden soll. Er ist in Tabelle 1 angegeben. Das Potential 060 beschreibt die NN-Streuphasen bis zu einer Laborenergie von 325 MeV und die Deuteroneigenschaften. 060 ist der Referenz (HME85) entnommen.

In Abb. 7 ist  $E_B/A$  gegen  $k_F$  aufgetragen. Die mit "M=M" gekennzeichnete Kurve wurde mit dem unverändert aus der freien Streuung übernommenen Potential bestimmt. Man sieht, daß für diesen Ansatz kein Sättigungspunkt vorhanden ist, d.h. die Kernmaterie müßte in sich zusammenfallen. Für die bereits erwähnten älteren Versuche mit diesem Potential, die sog. konventionellen Brückner-Rech-

nungen, ergaben sich sehr wohl Sättigungspunkte, wenn auch auf dem Coester-Band. Dies liegt daran, daß dabei nichtrelativistische kinetische Energien oder auch der Operator  $t(k) = \sqrt{k^2 + M^2} - M$  benutzt wurden. Für den Graphen "M=M\*,G" wurde das in Kapitel I hergeleitete Potential in Kernmaterie, mit Gradientenkopplung für die pseudoskalaren Mesonen, verwendet. Die relativistischen Mediumeffekte in den Spinoren haben offensichtlich einen starken repulsiven Effekt auf das Potential, der mit zunehmender Dichte ansteigt. Die Bindungsenergie nimmt dadurch natürlich kleinere Werte an. Es ergibt sich ein Minimum bei  $k_F = 1.35 \text{ fm}^{-1}$  und  $E_B/A = -15.32 \text{ MeV}$ . Stellt man die Abhängigkeit der Selbstkonsistenzprozedur von den Startwerten für die Selbstenergieparameter A und B in Rechnung, die durchaus zu Abweichungen bis zu 0.2 MeV führen kann, so sind diese Zahlen in sehr guter Übereinstimmung mit den experimentellen Werten, die in der Abbildung durch ein Quadrat angedeutet sind. Für A, B und M\* ergeben sich im Minimum:

$$A = -364.38 \text{ MeV} \quad B = 284.17 \text{ MeV}$$

$$M^* = 574.54 \text{ MeV} \quad M^*/M = 0.61$$

Bei der Bewertung dieses auf den ersten Blick hervorragenden Ergebnisses muß man allerdings vorsichtig sein! Das wesentliche Resultat der Brückner-Dirac-Rechnungen ist, daß man durch die Berücksichtigung relativistischer Mediumeffekte vom bisherigen Coester-Band wegkommt, was bei den alten konventionellen Brückner-Rechnungen nie möglich war, auch nicht, wenn höhere Ordnungen der Loch-Linien-Entwicklung mitgenommen wurden (RB67, Day69). Man hat nun ein neues Coester-Band, das den empirischen Sättigungspunkt enthält. Wie schon für die konventionellen Rechnungen, kann der Sättigungspunkt durch Variation der Tensorkraft des betreffenden Potentials auf diesem Band verschoben werden. Für die Dirac-Brückner-Rechnungen ist dies in (MaBr85) demonstriert.

Aber selbst bezüglich des neuen Coester-Bandes sind zwei kritische Anmerkungen notwendig.

1. In der Dirac-Brückner-Theorie werden die negativen Energiezustände, d.h. die Antinukleonen des Diracsees nicht hinreichend berücksichtigt. Man kann zeigen, daß dieser Ansatz mit einer vollrelativistischen Hartree-Fock-Theorie unter konsistenter Berücksichtigung der negativen Energiezustände bis zu zweiter Ordnung Störungstheorie übereinstimmt (Sch83). Größe und Vorzeichen der höheren Ordnungen sind noch unbekannt. Es ist also nicht ausgeschlossen, daß durch sie wieder eine Verschlechterung des Ergebnisses bewirkt wird.

2. Die vorliegenden Ergebnisse wurden in niedrigster Ordnung der Loch-Linien-Entwicklung errechnet. Es gibt keinen klaren Beweis dafür, daß diese Reihe so schnell konvergiert, daß Terme zweiter und höherer Ordnung vernachlässigbar sind. Wie unter 1. ist also auch hier die Möglichkeit vorhanden, daß sich das Ergebnis wieder verschlechtert, wenn man diese Terme in die Rechnung miteinbezieht. Das gleiche gilt für die sog. Drei-Körper-Kräfte, die überhaupt nicht berücksichtigt wurden, aber keinesfalls vernachlässigbar sein müssen.

In Kapitel I wurde die  $\gamma^5$ -Kopplung für pseudoskalare Mesonen ausgeschlossen. Um das zu begründen, ist für den Graphen "M=M\*,D" diese Kopplung verwendet worden. Obwohl die Potentiale bis auf Pion- und Etakopplung identisch sind, ergibt sich im Gegensatz zur Gradientenkopplung kein repulsiver, sondern ein attraktiver Effekt auf das Potential. Dies führt zu einem noch steileren Abfall als für "M=M". Mit der  $\gamma^5$ -Kopplung ist die Beschreibung der Kernmaterieeigenschaften also noch weniger möglich als mit dem freien Potential.

### Vergleich zweier OBE-Potentiale

In einem Zwischenschritt soll gezeigt werden, daß die Reproduktion des experimentellen Sättigungspunktes nicht nur für ein spezielles OBE-Potential möglich ist. Dazu wird das aus der nicht kovarianten, zeitgeordneten Störungstheorie entwickelte OBEP mit dem Parametersatz 060 mit einem Potential verglichen, das durch die Thomson-Reduktion der vierdimensionalen Bethe-Salpeter-Gleichung entstanden ist (Th70, MaBr85). Beides sind mesontheoretische Potentiale und daher ist der innere Aufbau im Prinzip gleich. Die Lagrange-Dichten des Thomson-Potentials weichen für Vektor- und Pseudoskalarmesonen etwas von denen in Gl. (I.2.2) ab, worauf aber nicht näher eingegangen werden soll. Der Hauptunterschied liegt nämlich im Meson-Propagator. An die Stelle der Ausdrücke aus Gl. (I.2.7) tritt der Propagator:

$$P_{\alpha} = \frac{-1}{m_{\alpha}^2 + (\vec{p} - \vec{p}')^2} \quad \alpha = \rho, \rho_s, \nu, \nu_v \quad (\text{II.2.3})$$

Der Parametersatz für das Thomson-Potential stammt aus (MaBr85). Er wird mit 070 bezeichnet und ist in Tabelle 2 dargestellt.

In Abb. 8 sind die Ergebnisse für die beiden Potentiale gegenübergestellt. Die beiden mit "M=M" gekennzeichneten Kurven, die mit dem freien Potential berechnet wurden, zeigen prinzipiell das gleiche Verhalten: sie fallen mit steigenden  $k_F$  und besitzen keinen Sättigungspunkt. Allerdings haben sie einen Abstand von ca. 5 MeV. Für den Dirac-Brückner-Ansatz ( $M=M^*$ ) sind die Kurven fast identisch. Die Übereinstimmung der Sättigungswerte ist allerdings nicht so wichtig. Wesentlich sind zwei andere Punkte. Erstens haben die relativistischen Mediumeffekte für beide Potentiale einen repulsiven Effekt, so daß für die Bindungsenergie ein Minimum auftritt. Außerdem liegen diese beiden Sättigungs-

punkte auf dem neuen Coester-Band, das den empirischen Sättigungspunkt enthält.

### II.3 Vergleich des $\sigma$ -Mesons mit den Delta-Boxen

Das  $\sigma$ -Meson ist ein absolut notwendiger Bestandteil des OBE-Modells, ohne den weder die Streuphasen noch die Eigenschaften der Kernmaterie korrekt beschrieben werden könnten. Es ist aber kein physikalisch existentes Teilchen. Es wurde als fiktives Meson ins OBE-Modell eingeführt, um den mittelreichweitigen, attraktiven, skalaren Anteil des Nukleon-Nukleon-Potentials richtig beschreiben zu können. Für den Fall der freien Streuung wurde kürzlich gezeigt (HME85), daß dieser Anteil die Summe aller unkorrelierten, irreduziblen Mehrfach- $\pi$ - und  $\pi/\rho$ -Austauschprozesse sowie der Prozesse mit korreliertem Zwei- $\pi$ -Austausch effektiv berücksichtigt. Eine weitere Prüfung dieser Äquivalenz soll in dieser Arbeit durchgeführt werden. Dazu wird untersucht, ob die Mediumeffekte die gleiche Wirkung auf das  $\sigma$ -Austausch-Potential wie auf die entsprechenden Prozesse höherer Ordnung haben. In dem dazu verwendeten erweiterten Potential werden allerdings nur die in I.3 beschriebenen iterativen Delta-Boxen explizit eingesetzt, so daß der Rest des skalaren Anteils, speziell der korrelierte  $\pi\pi$ -S-Wellenbeitrag auch weiterhin durch ein fiktives Skalarmeson beschrieben wird. Es muß also von nun an zwischen dem  $\sigma_{\text{OBE}}$  des OBE-Modells und dem  $\sigma_{\text{R}}$  des erweiterten Modells unterschieden werden.

Der Parametersatz für dieses Potential ist der Referenz (Ma85) entnommen. Er wird mit D23 bezeichnet und ist in Tabelle 3 zu finden.

In einem ersten Schritt wurde untersucht, ob der experimentelle Sättigungspunkt auch mit dem erweiterten Potential in Kernmaterie reproduziert werden kann. Da das  $\sigma_{\text{OBE}}$  keine innere Struktur besitzt, in die Pauli- und Dispersioneffekte eingehen könnten, ist es vernünftig, für den Vergleich  $\sigma_{\text{OBE}}$  - Boxen diese auch innerhalb der Boxen zu vernachlässigen. Das bedeutet konkret: In Gl. (I.3.20) wird der Pauli-Projektor weggelassen und in den Baryon-Propagatoren von Gl. (I.3.21) werden freie Ein-Teilchen-Energien benutzt. Die mit diesem Ansatz berechneten Bindungsenergien sind in Abb. 9 durch die Kurve "M=M\*,A" dargestellt. Der durch die relativistischen Mediumeffekte bewirkte dichteabhängige repulsive Effekt auf das Potential führt zu einer Verkleinerung der Bindungsenergien im Vergleich zur Kurve "M=M", die mit dem freien Potential bestimmt wurde. Es ergibt sich ein Minimum bei:

$$k_F = 1.375 \text{ 1/fm} , E_B/A = -16.18 \text{ MeV}$$

und

$$A = -363.09 \text{ MeV} , B = 278.16 \text{ MeV} , M^* = 575.84 \text{ MeV}$$

Man erhält eine ähnlich gute Übereinstimmung mit experimentellen Werten, wie dies für das OBE-Potential der Fall war. Es ist jedoch fraglich, ob es physikalisch korrekt ist, die "etablierten" Mediumeffekte, wie Pauli- und Dispersioneffekte, einfach wegzulassen. Berechnet man die Bindungsenergie unter Berücksichtigung aller Effekte (relativistische, Pauli, Dispersion), so erhält man Kurve "M=M\*,B" in Abb. 9. Die Kurve besitzt auch ein Minimum, allerdings bei:

$$k_F = 1.2 \text{ 1/fm} , E_B/A = -10.17 \text{ MeV}$$

Es liegt eine erhebliche Abweichung von den empirischen Werten vor. Die zusätzlichen Mediumeffekte haben offensichtlich einen zu starken repulsiven Effekt auf das Potential. Das bedeutet: Ersetzt man das fiktive  $\sigma_{\text{OBE}}$  teilweise durch iterative Austauschdiagramme, dann darf man keine Pauli- und Dispersionseffekte in der inneren Struktur dieser Prozesse betrachten. Dies ist sicherlich ein Schwachpunkt der Dirac-Brückner-Theorie auf ihrem augenblicklichen Stand. Dazu kommt noch folgendes: Würde man auch noch das  $\sigma_R$  durch die entsprechenden Prozesse zweiter und höherer Ordnung ersetzen, so würde man bei Berücksichtigung aller Mediumeffekte noch weitere Repulsion erwarten. Das Ergebnis wäre also noch schlechter. Es besteht allerdings noch die Möglichkeit, daß die auf Seite erwähnten, bisher nicht berücksichtigten Potentialbeiträge den fehlenden attraktiven Effekt liefern können. Außerdem hat Serot kürzlich sog. "rearrangement effects" im Fermi-See diskutiert, die ebenfalls die benötigte Attraktion liefern könnten.

Um einen Vergleich der "etablierten" Mediumeffekte zu ermöglichen, wurde noch Kurve "M=M\*,C" in Abb. 9 eingetragen. In diesem Fall war wohl der Pauli-Projektor bei der Berechnung der Boxen "eingeschaltet", aber im Baryon-Propagator wurden weiterhin freie Energien verwendet. Man sieht, daß der Pauli-Projektor nur ungefähr ein Drittel des Übergangs von "M=M\*,A" nach "M=M\*,B" bewirkt. Dies bedeutet, der Dispersionseffekt ist ungefähr doppelt so stark wie der Paulieffekt.

In sämtlichen in dieser Arbeit noch durchzuführenden Rechnungen werden die Pauli- und Dispersionseffekte in den Delta-Boxen vernachlässigt.

Für den eigentlichen Vergleich zwischen  $\sigma_{\text{OBE}}$  und der Summe aus  $\sigma_R$  und den Delta-Boxen reicht es nicht aus, die unterschiedlichen Ergebnisse für das freie Potential und das Potential in Kernmaterie zu vergleichen, man muß den Einfluß

der Kernmaterie auf die einzelnen Beiträge betrachten. In Abb. 10 ist dies für das OBE-Potential durchgeführt. Die Kurven "M=M" und "M=M\*" stellen wie bisher die Ergebnisse für das freie bzw. das Potential in Kernmaterie dar. Für die mit "M\*: $\omega$ " bezeichnete Kurve wurden die relativistischen Materieeffekte nur im  $\omega$ -Austauschpotential berücksichtigt, während für die anderen Mesonen die freien Potentiale verwendet wurden. Die anderen Bezeichnungen haben eine analoge Bedeutung. Die relativistischen Mediumeffekte werden in Abb. 10 sozusagen "schrittweise eingeschaltet". Ihre Wirkung auf den Potential-Beitrag eines Mesons kann nun leicht abgelesen werden. Man sieht, daß sich für alle Mesonen ein repulsiver Effekt ergibt. Schon durch das "Umschalten" des  $\omega$  entsteht ein Minimum, das dann hauptsächlich durch  $\sigma_{\text{OBE}}$  und  $\pi$  auf den endgültigen Wert gebracht wird. Die anderen Mesonen, auch das  $\rho$ , sind verhältnismäßig unwichtig. Ihre Potentialbeiträge ändern sich kaum durch das "Einschalten" der relativistischen Mediumeffekte.

Die drei oberen Kurven brechen bei  $k_F = 1.7$  1/fm bzw.  $k_F = 1.8$  1/fm ab. Oberhalb dieser Werte ist es aus programmtechnischen Gründen unmöglich, die Selbstkonsistenzprozedur durchzuführen.

Abb. 11 ist das Analogon zu Abb. 10 für das erweiterte Potential. Die Bezeichnungsweise ist identisch.  $2\pi$  (bzw.  $\pi\rho$ ) steht für die Summe von  $N\Delta$ - und  $\Delta\Delta$ -Box mit  $2\pi$ - (bzw.  $\pi\rho$ -) Austausch. Wieder erhält man allein durch das "Umschalten" des  $\omega$  ein Minimum. Die wesentlichen Beiträge zum Erreichen der Kurve "M=M\*" liefern das  $\sigma_R$ , die Boxen und das  $\pi$ . Die Effekte der anderen Mesonen sind wieder relativ klein.

Die Äquivalenz von  $\sigma_{\text{OBE}}$  und der Summe von  $\sigma_R$  und den Delta-Boxen würde bedeuten, daß der Sprung von "M\*: $\omega$ " zu "M\*: $\omega\sigma$ " in Abb. 10 gleich dem von "M\*: $\omega$ " zu "M\*: $\omega\sigma_R, 2\pi, \pi\rho$ " in Abb. 11 ist. Um eine bessere Vergleichsmöglichkeit zu haben,



sind die 4 Kurven noch einmal in Abb. 12 gezeichnet worden. Die zum erweiterten Potential gehörenden Kurven sind zwar etwas nach oben verschoben, aber die beiden Differenzen sind fast völlig identisch. Die Berechnungen belegen also, daß  $\sigma_{\text{OBE}}$  und die Summe aus Delta-Boxen und Restsigma auch bezüglich der relativistischen Mediumeffekte äquivalent sind, vorausgesetzt, Pauli- und Dispersionseffekte werden beim erweiterten Potential nicht mitgenommen. Beschränkt man sich nur auf die potentielle Energie, so ist die Äquivalenz oberhalb von  $k_F = 1.6 \text{ 1/fm}$  nicht mehr gegeben, wie in Abb. 13 deutlich zu sehen ist. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, daß in der Dirac-Brückner-Theorie, im Gegensatz zu den konventionellen Rechnungen, auch in der kinetischen Energie relativistische Mediumeffekte auftauchen. Um eine Aussage über diese Effekte machen zu können, muß also die gesamte Bindungsenergie betrachtet werden.

Um den Übergang " $M^*:\omega$ " zu " $M^*:\omega, \sigma_R, 2\pi, \pi\rho$ " verstehen zu können, wurde die Wirkung der Mediumeffekte auf  $\sigma_R$ , die  $2\pi$ -Boxen und die  $\pi\rho$ -Boxen getrennt untersucht. Zunächst wurden die Mediumeffekte in der  $\pi\rho$ - und, getrennt davon, in den  $2\pi$ -Boxen "eingeschaltet". In Abb. 14 sieht man, daß man für die  $\pi\rho$ -Boxen einen starken attraktiven Effekt erhält, der die Werte für die Bindungsenergie wesentlich vergrößert. Umgekehrt führen die  $2\pi$ -Boxen zu einem starken repulsiven Effekt, der von derselben Größenordnung ist wie der Gesamteffekt für  $\sigma_R + 2\pi + \pi\rho$  bzw.  $\sigma_{\text{OBE}}$ . Dies läßt sich einem direkten Vergleich mit Abb. 15 entnehmen. Schaltet man alle Boxen gleichzeitig um, so heben sich die Effekte teilweise auf; es bleibt ein repulsiver Effekt von ungefähr einem Drittel des Gesamteffekts. Schaltet man die Materieeffekte im  $\sigma_R$ -Potential ein, so ist die Wirkung natürlich prinzipiell wie beim  $\sigma_{\text{OBE}}$ . Wegen der kleineren Kopplungskonstante ist der repulsive Effekt allerdings etwas geringer. Das Endresultat ergibt sich dann durch Überlagerung der repulsiven Effekte des  $\sigma_R$  und der Boxen.

Die obigen Betrachtungen zeigen nur die absolute Wirkung der relativistischen Mediumeffekte auf einzelne Potentialbeiträge. Interessant ist es aber auch, die Wirkung der relativistischen Mediumeffekte relativ zur Größe des jeweiligen Beitrags zu betrachten. Wäre dieses Verhältnis überall gleich, dann würde dies bedeuten, daß die Mediumeffekte alle Beiträge um einen konstanten Faktor ändern. Die Äquivalenz zwischen  $\sigma_{OBE}$  und der Summe aus  $\sigma_R$  und  $2\pi$  bzw.  $\pi\rho$ -Delta-Boxen würde dann in trivialer Weise aus der Äquivalenz für die freie Streuung folgen. Zur Überprüfung dieses Sachverhalts wurde für  $k_F = 1.4$  1/fm die Bindungsenergie pro Nukleon für die folgenden Fälle berechnet: Ausgangspunkt war " $M^*:\omega$ ". Zur Untersuchung des  $\sigma_R$  wurde " $M^*:\omega, \sigma_R$ " und " $M^*:\omega - \sigma_R$ " berechnet. Das Symbol " $M^*:\omega - \sigma_R$ " bedeutet, daß nur im  $\omega$ -Potential die relativistischen Mediumeffekte berücksichtigt wurden, während für die anderen Beiträge die Potentiale der freien Streuung benutzt wurden. Außerdem wurde das  $\sigma_R$  aus dem Satz der Austauschmesonen entfernt. Die Bindungsenergiedifferenz

$$\Delta E_{B_1} = E_B(M^*:\omega, \sigma_R) - E_B(M^*:\omega)$$

gibt ein Maß für die Wirkung der relativistischen Mediumeffekte, während die Differenz

$$\Delta E_{B_2} = E_B(M^*:\omega) - E_B(M^*:\omega - \sigma_R)$$

für die Größe des gesamten  $\sigma_R$ -Beitrags steht. Der Quotient aus  $\Delta E_{B_1}$  und  $\Delta E_{B_2}$  gibt dann das gesuchte Verhältnis an. Es ist klar, daß dieser Wert für  $\sigma_{OBE}$  und  $\sigma_R$  gleich ist, da die innere Struktur der Potentiale identisch ist. Für die Boxen mit  $2\pi$ - bzw.  $\pi\rho$ -Austausch wurden " $M^*:\omega, 2\pi$ " und " $M^*:\omega - 2\pi$ " bzw. " $M^*:\omega, \pi\rho$ " und " $M^*:\omega - \pi\rho$ " berechnet. Die Symbole sind analog zu den vorhergehenden zu verstehen.

In den drei Fällen, in denen ein Potentialbeitrag völlig entfernt wird, ist das Gesamtpotential so unrealistisch, daß eine selbstkonsistente Bestimmung der Selbstenergieparameter A und B unmöglich war. Daher wurden für alle hier erwähnten Fälle die Parameter von "M\*: $\omega$ " genommen.

Die Ergebnisse der Rechnungen sehen wie folgt aus:

	$\sigma_{\text{OBE}}$	$\sigma_{\text{R}}$	$2\pi$	$\pi\rho$
$\frac{\Delta E_{\text{B}_1}}{\Delta E_{\text{B}_2}} [\%]$	-3.04	-3.04	-10.07	-16.23

Die Äquivalenz von  $\sigma_{\text{OBE}}$  und  $\sigma_{\text{R}}$  plus Boxen ist also keinesfalls eine triviale Eigenschaft dieser Potentialbeiträge. Vor allem sieht man, wie wichtig die  $\pi\rho$ -Boxen sind, obwohl ihr Potentialbeitrag relativ klein ist. Nur durch die prozentual große Wirkung der relativistischen Mediumeffekte auf sie können die stark repulsiven Effekte von  $\sigma_{\text{R}}$  und den  $2\pi$ -Boxen hinreichend kompensiert werden.

Die Ergebnisse dieses Kapitels lassen sich wie folgt kurz zusammenfassen:

Durch die Einbeziehung relativistischer Mediumeffekte in ein OBE-Potential wird es, im Gegensatz zu älteren, konventionellen Brückner-Rechnungen möglich, mit dem Sättigungspunkt das Coester-Band zu verlassen und den experimentellen Sättigungspunkt zu reproduzieren. Dies ist keine Eigenschaft eines speziellen Potentials, es gilt für die verschiedensten OBE-Potentiale. Ein ähnliches Ergebnis erhält man auch für Potentiale, bei denen das fiktive  $\sigma$ -Meson teilweise durch Delta-Boxen ersetzt wurde. Allerdings müssen herkömmliche Mediumeffekte in den Boxen vernachlässigt werden.

Ein weiteres Ergebnis ist die Bestätigung der Äquivalenz des  $\sigma$  und der Summe aller irreduziblen Mehrfach- $\pi$ - und  $\pi p$ -Austausch-Prozesse, die für die freie Streuung bereits gezeigt wurde. Die Überprüfung der Wirkung der relativistischen Mediumeffekte auf die einzelnen Potentialbeiträge zeigt deutlich, daß sich das  $\sigma_{\text{OBE}}$  bzw. die Summe aus den Delta-Boxen und dem  $\sigma_R$  sehr ähnlich verhalten. Dabei ist die Äquivalenz keinesfalls trivial, denn es liegt keinesfalls eine in allen Beiträgen prozentual gleiche Änderung vor.

Abb. 7

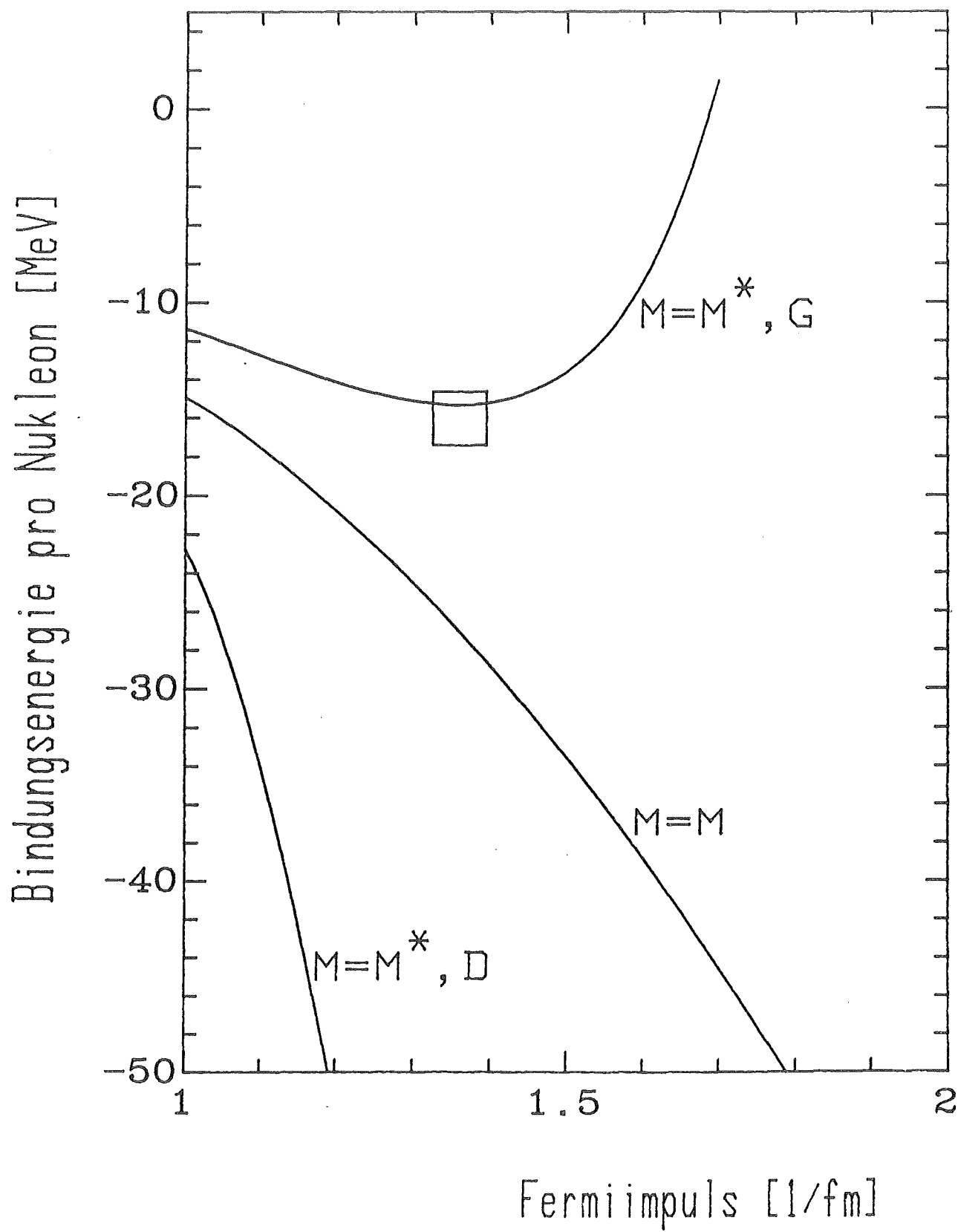


Abb. 8

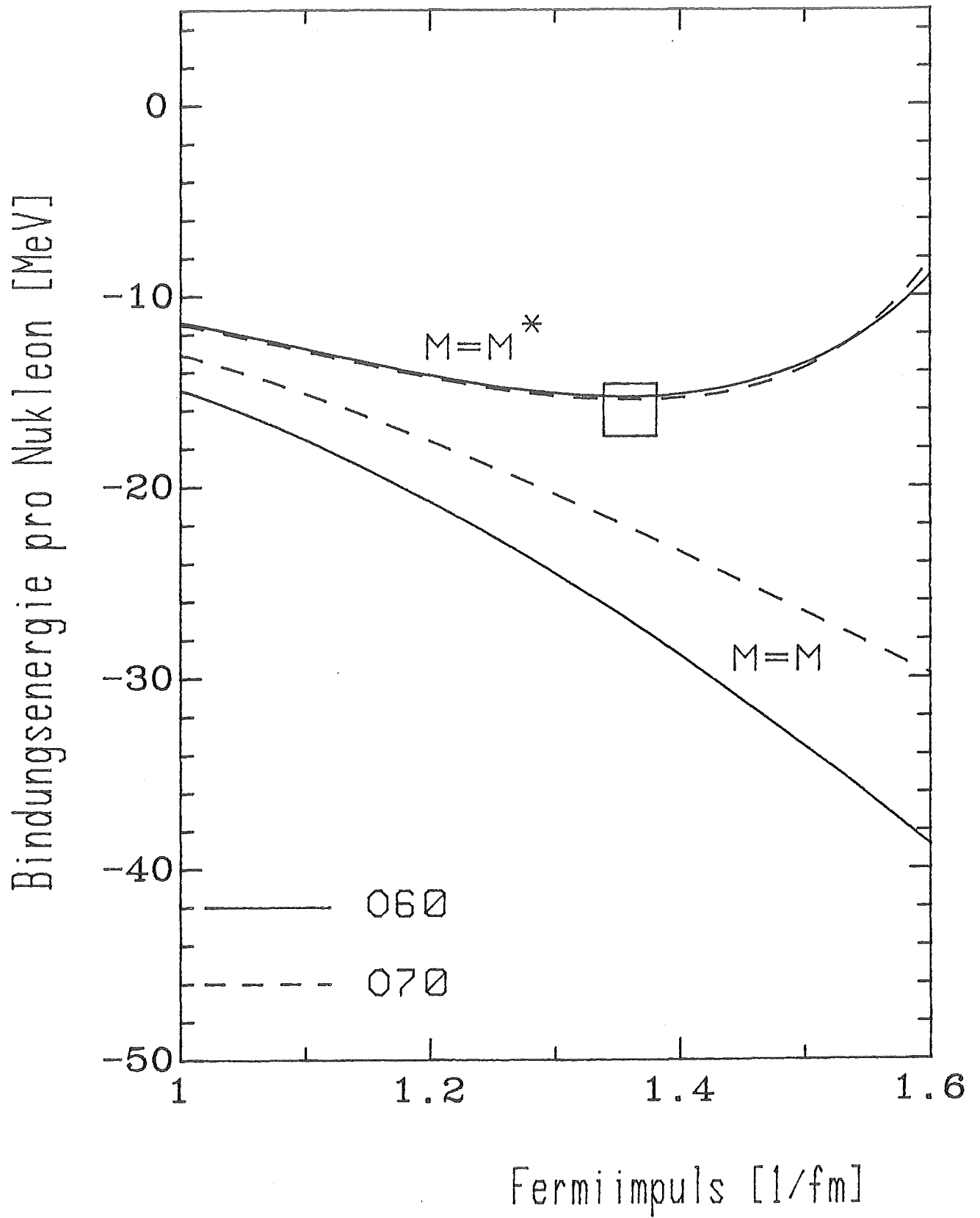


Abb. 9

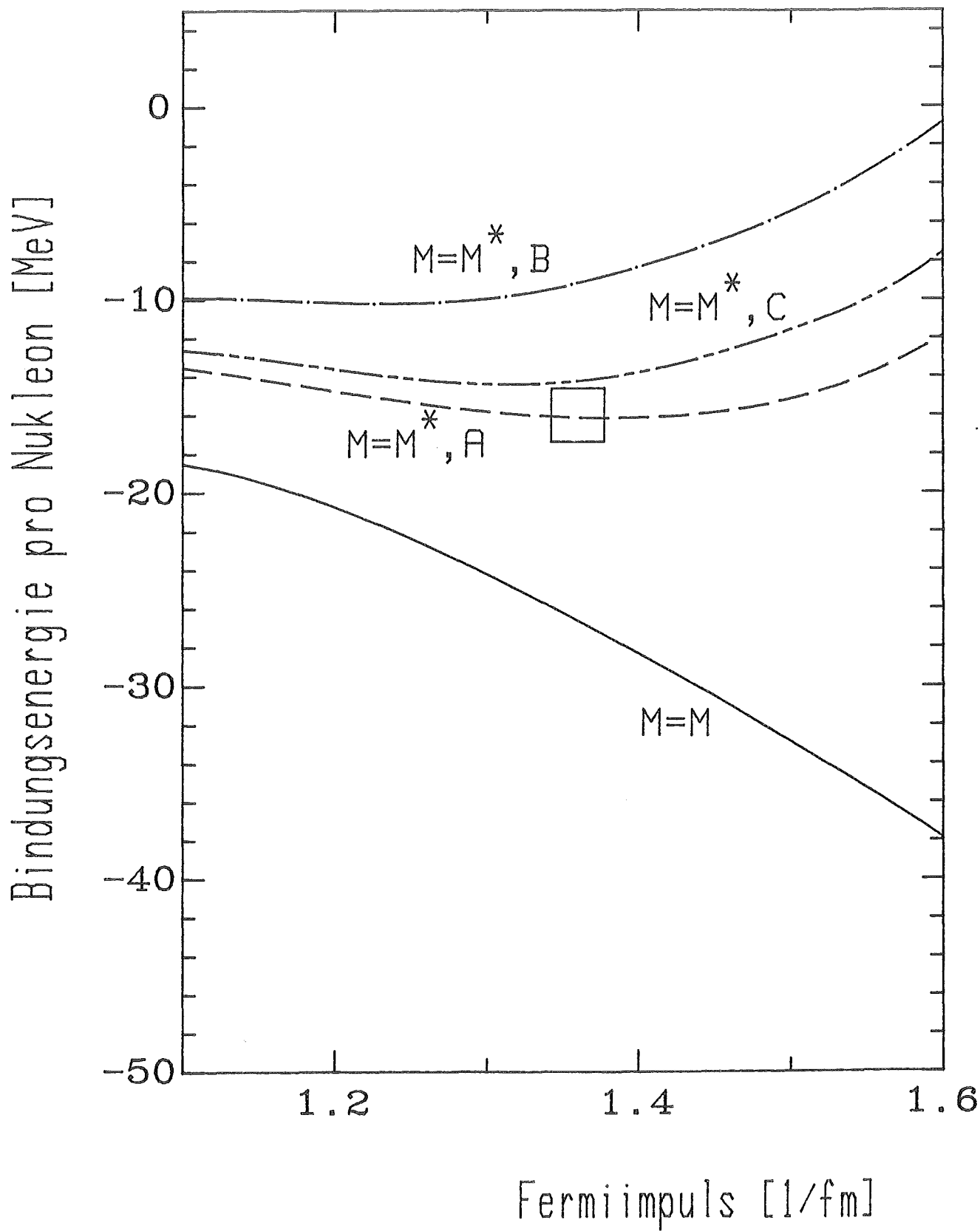


Abb. 10

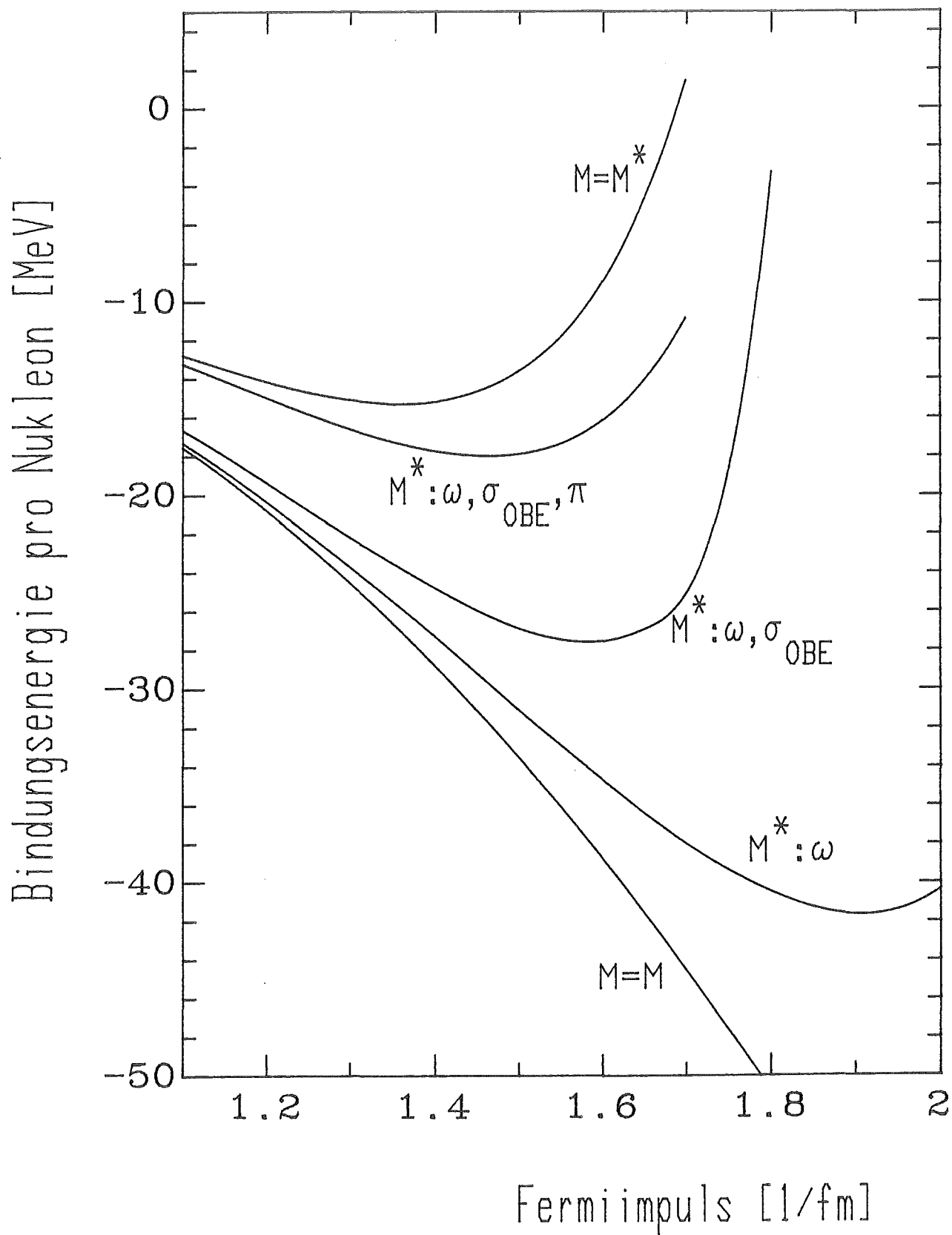
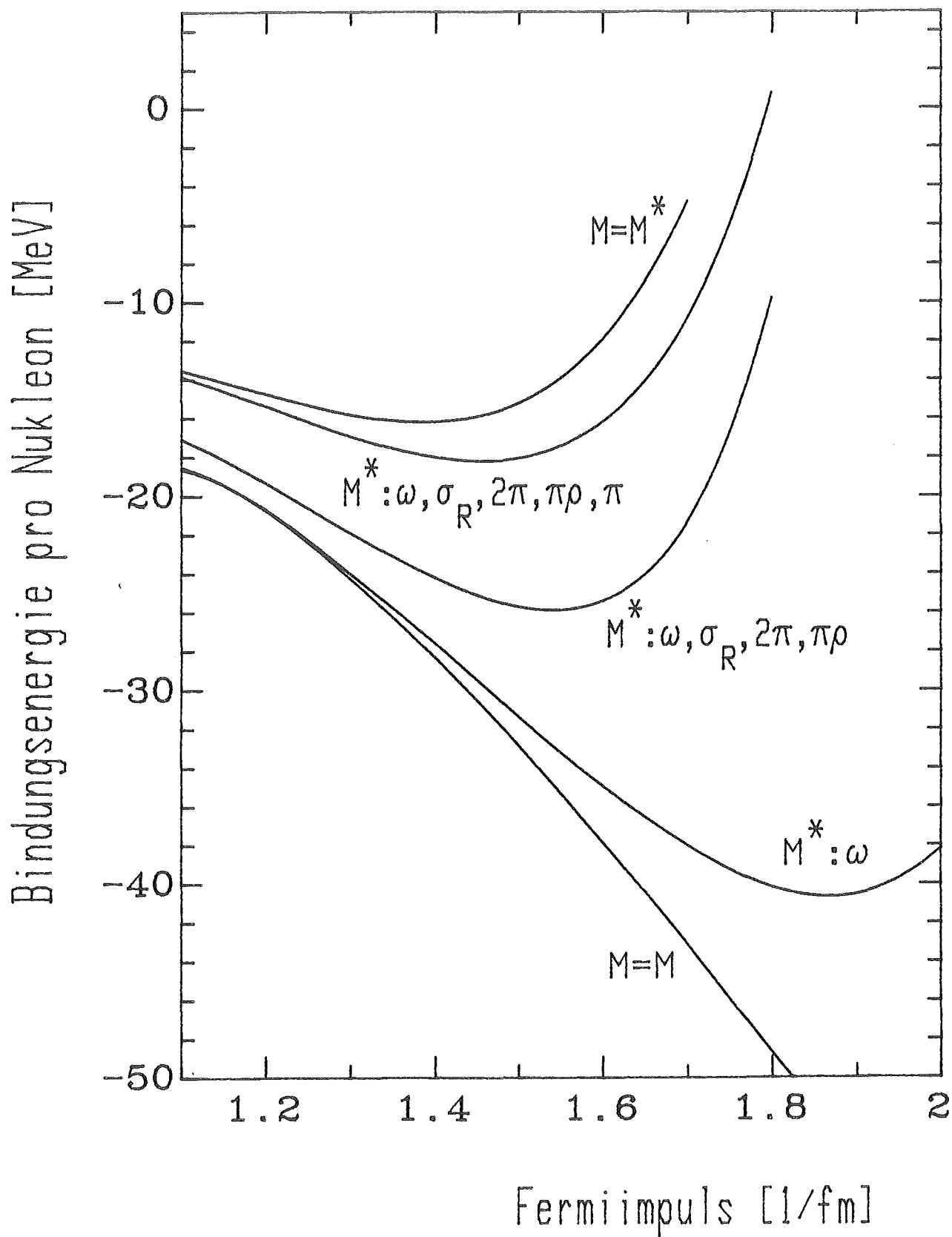




Abb. 11



Potentielle Energie pro Nukleon [MeV]

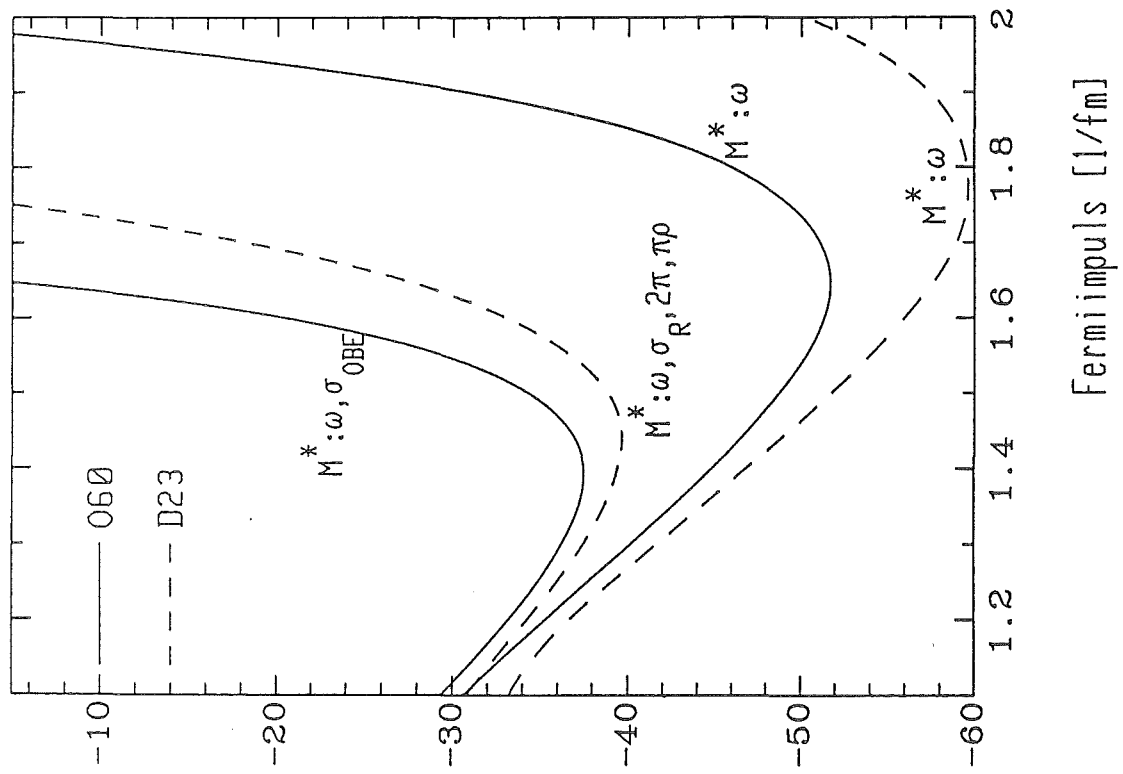


Abb. 13

Bindungsenergie pro Nukleon [MeV]

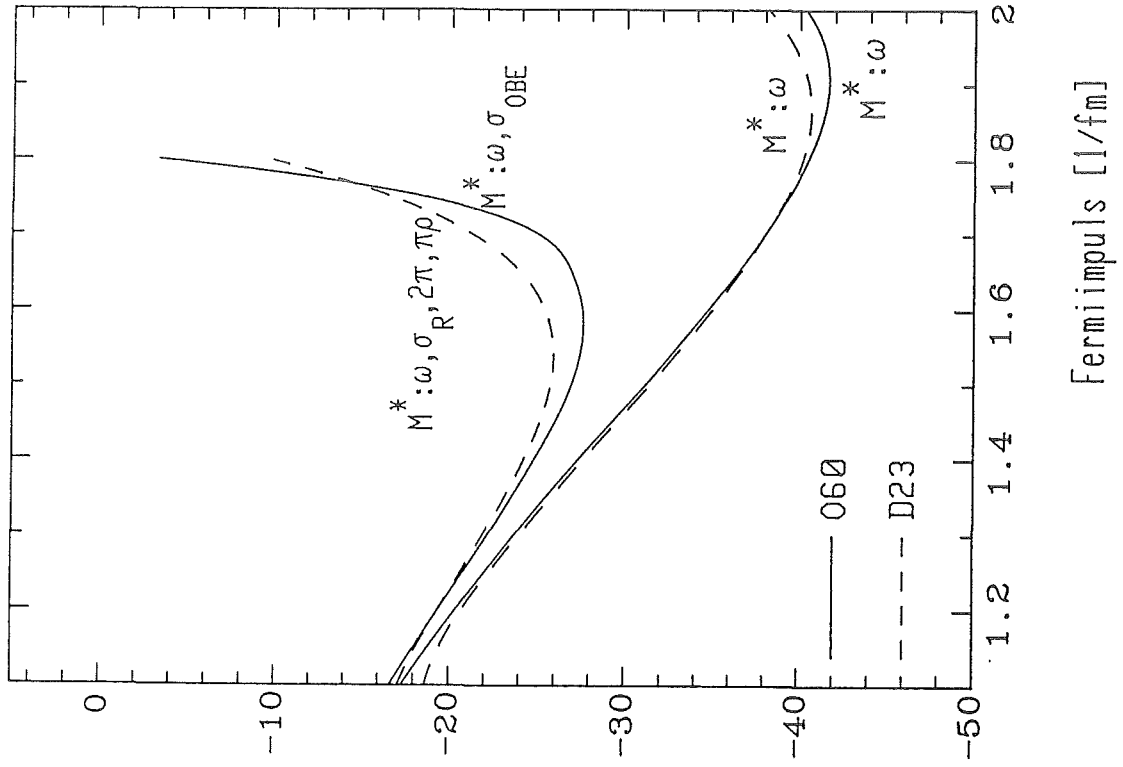
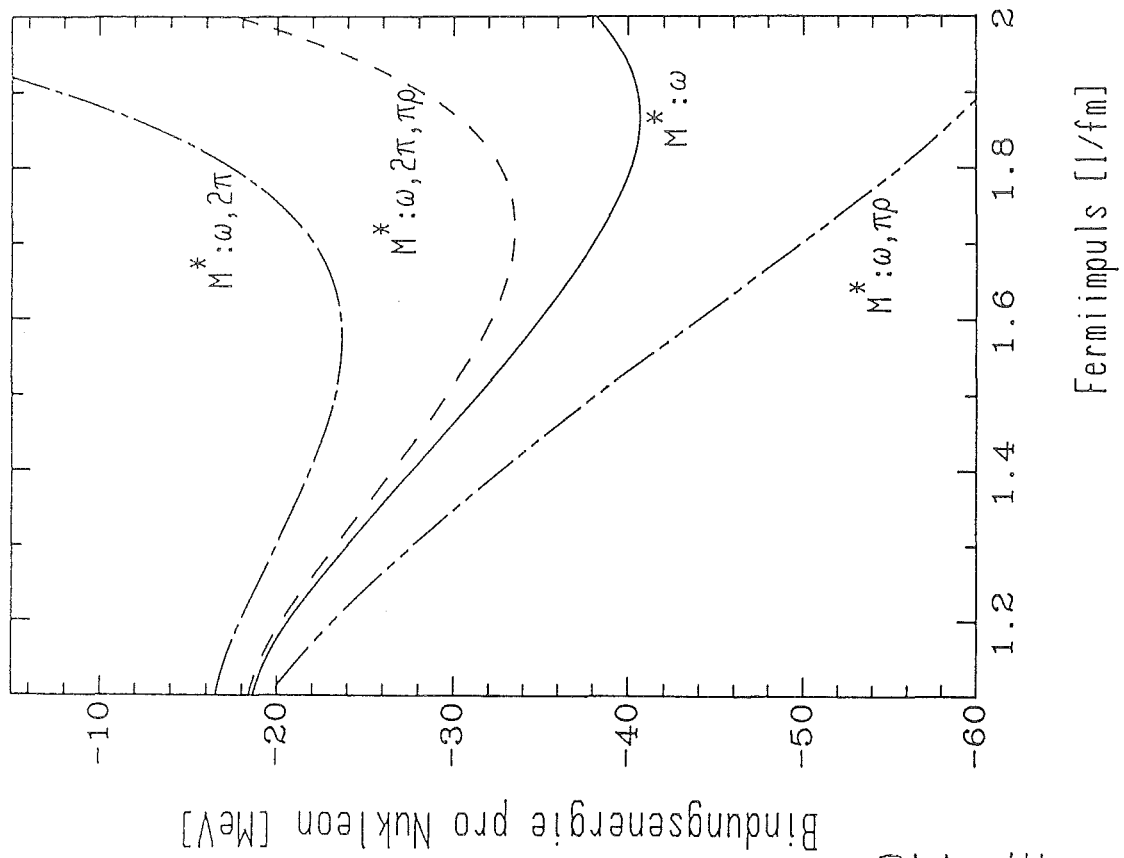
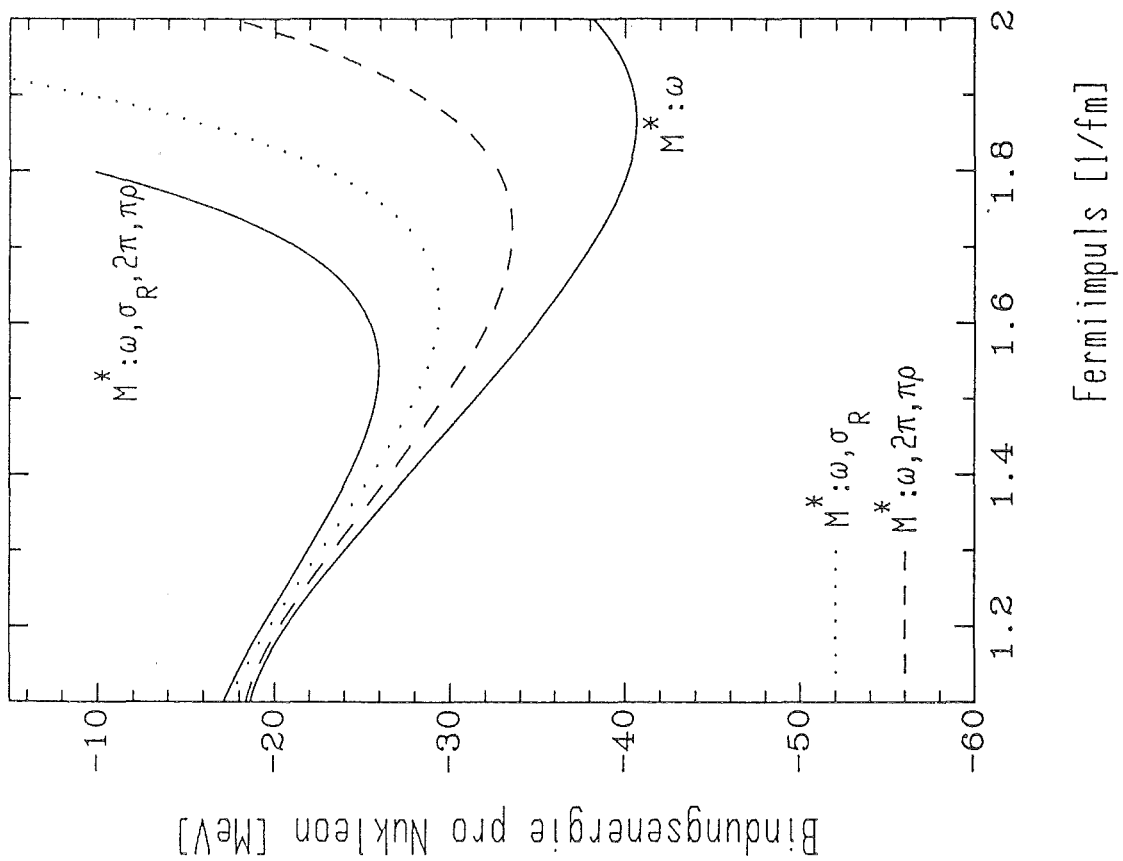


Abb. 12



### Kapitel III

#### Berechnung von Landau-Parametern und der effektiven Quasiteilchen-Wechselwirkung

Die zweite Anwendung der in Kapitel I bestimmten Potentiale soll die Berechnung der effektiven Quasiteilchen-Wechselwirkung in Kernmaterie sein. Man erhält diese Wechselwirkung durch die phänomenologische Landau-Migdal-Theorie (Mi67, No64). Diese Theorie geht von der folgenden Grundannahme aus. Führt man ein System nicht wechselwirkender, idealer Fermionen durch langsames "Einschalten" einer Wechselwirkung in ein System wechselwirkender, realer Fermionen über, so können die realen Teilchen mit den Quantenzahlen des idealen Systems beschrieben werden. Das gleiche gilt auch für angeregte Zustände, deren Impulse in unmittelbarer Nähe der Fermikante liegen. Diese elementaren Anregungen bezeichnet man als Quasiteilchen. Da das Quasiteilchenbild sehr schnell seinen Sinn verliert, wenn der Teilchenimpuls von der Fermikante entfernt wird, reicht es aus, den Fall zu betrachten, in dem die beiden einlaufenden und auslaufenden Impulse den Betrag  $k_F$  haben.

Die Wechselwirkung zwischen zwei Quasiteilchen  $\mathcal{E}$  ist eine Funktion der beiden Relativimpulse  $\vec{k}_0$  und  $\vec{k}$  vor und nach der Wechselwirkung. Weiterhin hängt noch von Spin und Isospin ab. In homogener Kernmaterie lautet diese Abhängigkeit (Bä68, ML64)

$$\mathcal{E} = F(\vec{k}_0, \vec{k}) + F'(\vec{k}_0, \vec{k})(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) + G(\vec{k}_0, \vec{k})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) + G'(\vec{k}_0, \vec{k})(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2)$$

(III.0.1)

$\vec{\sigma}$  und  $\vec{\tau}$  sind die üblichen Paulimatrizen im Spin- bzw. Isospinraum.  $F$ ,  $F'$ ,  $G$  und  $G'$  sind Funktionen von  $\vec{k}_0$  und  $\vec{k}$ . Man kann als Variable aber auch den

Impulsübertrag  $\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}$  und den Austauschimpulsübertrag  $\vec{Q} = \vec{k}_0 + \vec{k}$  wählen. Alle vorkommenden Impulse sind in Abb. 16 noch einmal dargestellt. In der ursprünglichen Landau-Theorie beschränkte man sich auf verschwindende Impulsüberträge. Die Berechnung von  $\mathcal{E}$  für  $\vec{q} \neq 0$  stellt also eine Erweiterung dieses Konzepts dar. Wegen der Voraussetzung  $|\vec{k}_i| = |\vec{k}'_i| = k_F$ ,  $i=1,2$  ergeben sich die folgenden Beziehungen:

$$|\vec{k}_0| = |\vec{k}| \equiv k$$

$$|\vec{P}| = k_F \sqrt{1 - \frac{k^2}{k_F^2}} \quad (\text{III.0.2})$$

$$q = 2k \sin \frac{\theta}{2} \quad Q = 2k \cos \frac{\theta}{2}$$

Dabei ist  $\vec{P}$  der halbe Schwerpunktsimpuls und  $\theta$  der Winkel zwischen  $\vec{k}_0$  und  $\vec{k}$ .

Für die explizite Form von  $F$ ,  $F'$ ,  $G$  und  $G'$  ergibt sich aus der Landau-Theorie folgendes: Die Wechselwirkung  $\mathcal{E}$  ist die zweite Funktionalableitung der Grundzustandsenergie des Systems nach der Quasiteilchenbesetzungszahl. Berechnet man die Energie mit der Brückner-Theorie in niedrigster Ordnung der Loch-Lini-Entwicklung, so erhält man für  $\mathcal{E}$  die  $G$ -Matrix plus zusätzliche Terme, die in dieser Arbeit vernachlässigt werden (Br71). Die  $G$ -Matrix muß nun in die Operatorform der Gl. (III.0.1) gebracht werden, d.h. es müssen Beziehungen zwischen den  $G$ -Matrix-Elementen in der  $|JMLS\rangle$ -Darstellung aus Kapitel II und den Funktionen  $F$ ,  $F'$ ,  $G$  und  $G'$  gefunden werden. Die Umformung der  $G$ -Matrix ist in der Dissertation von K. Nakayama (Na85) ausführlich vorgeführt worden. Man erhält:

$$\begin{aligned}
 F &= 1/16 (3G^{01} + G^{00} + 3G^{10} + 9G^{11}) \\
 F' &= 1/16 (G^{01} - G^{00} - 3G^{10} + 3G^{11}) \\
 G &= 1/16 (-3G^{01} - G^{00} + G^{10} + 3G^{11}) \\
 G' &= 1/16 (-G^{01} + G^{00} - G^{10} + G^{11})
 \end{aligned}
 \tag{III.0.3}$$

Die  $G^{ST}$  (der erste Index ist der Spin, der zweite der Isospin) sehen wie folgt aus:

$$\begin{aligned}
 G^{0T} &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_J (2J+1) G_{JJ}^{J0T}(p, k, k) P_J(\cos\theta) \\
 G^{1T} &= \frac{1}{2\pi^2} \frac{1}{3} \sum_{JL} (2J+1) G_{LL}^{J1T}(p, k, k) P_L(\cos\theta)
 \end{aligned}
 \tag{III.0.4}$$

Die Summen gehen nur über die Pauli-erlaubten Zustände, d.h. es gilt:  $L+S+T$  ist ungerade. Mit dieser Bedingung kann man die  $G^{ST}$  etwas anders darstellen:

$$\begin{aligned}
 G^{00} &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{J \text{ ungerade}} (2J+1) {}^0G^J P_J(\cos\theta) \\
 G^{01} &= \frac{1}{2\pi^2} \sum_{J \text{ gerade}} (2J+1) {}^0G^J P_J(\cos\theta) \\
 G^{10} &= \frac{1}{6\pi^2} \left\{ \sum_{J \text{ ungerade}} (2J+1) ({}^+G^J P_{J+1}(\cos\theta) \right. \\
 &\quad \left. + {}^-G^J P_{J-1}(\cos\theta)) + \sum_{J \text{ gerade}} (2J+1) {}^1G^J P_J(\cos\theta) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{III.0.5}$$

$$G^{11} = \frac{1}{6\pi^2} \left\{ \sum_{\substack{J \\ J \text{ ungerade}}} (2J+1) {}^1G^J P_J(\cos\theta) \right. \\ \left. + \sum_{\substack{J \\ J \text{ gerade}}} (2J+1) ({}^+G^J P_{J+1}(\cos\theta) + {}^-G^J P_{J-1}(\cos\theta)) \right\}$$

Die hier auftretenden G-Matrixelemente sind den Gl. (II.1.12) entnommen. Sie sind vom Betrag des Schwerpunktimpulses  $P$  abhängig. Da dieser hier nicht mehr 0 gesetzt werden kann wie bei der Berechnung der Bindungsenergie, muß auf die Näherung aus Gl. (II.1.1) eingegangen werden. Für ihre Überprüfung wurden Testrechnungen zum Vergleich mit Ergebnissen von K. Nakayama durchgeführt, da er diese Näherung in seinem Computerprogramm nicht benutzt. Bei der Verwendung nichtrelativistischer Ein-Teilchen-Energien ist die Näherung nicht relevant, weil sich in diesem Fall die winkelabhängigen Terme im Nenner der Bethe-Goldstone-Gleichung gegenseitig wegheben. Die beiden Rechnungen ergaben auch identische Ergebnisse. Für relativistische Ein-Teilchen-Energien fanden sich jedoch Abweichungen von bis zu 10 %. Diese Differenzen sind offensichtlich auf die Näherung zurückzuführen. In dieser Arbeit konzentrieren wir uns vornehmlich auf Vergleiche zwischen verschiedenen Werten, aus denen man beispielsweise die unterschiedlichen Wirkungen des freien und des Potentials in Kernmaterie ablesen kann. Auf einen solchen Vergleich wird die Näherung aus Gl. (II.1.1) nicht den Einfluß haben, den sie auf die absoluten Werte hat.

Einen Spezialfall für die Quasiteilchen-Wechselwirkung stellt das sog. "Landau-Limit" dar. Dies ist der Grenzfall verschwindenden Impulsübertrags. Aus  $\vec{q}=0$  folgt mit Gl. (III.0.2) auch:  $\theta=0$ .  $\vec{k}_0$  und  $\vec{k}$  sind also parallel. Für den Austauschimpulsübertrag  $\vec{Q}$  folgt:  $Q = 2k$ . Andererseits ist:

$$\vec{0} = \vec{k}_0 + \vec{k}^{q=0} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$$

bzw.

(III.0.6)

$$0 = 2 k_F \sqrt{\frac{1-\cos\phi}{2}}$$

wobei  $\phi$  der Winkel zwischen den Eingangsimpulsen  $\vec{k}_1$  und  $\vec{k}_2$  ist. Es gibt also eine feste Beziehung zwischen  $k$  und  $\phi$ :

$$k = k_F \sqrt{\frac{1-\cos\phi}{2}} \quad (III.0.7)$$

Da  $\theta=0$  ist, verschwinden sämtliche Legendre-Polynome in den Gl. (III.0.4) und (III.0.5).  $F$ ,  $F'$ ,  $G$  und  $G'$  hängen nur noch von  $k$  bzw. von  $\cos\phi$  ab. Man kann sie nach Legendre-Polynomen entwickeln, die von  $\cos\phi$  abhängen. Am Beispiel von  $F$  soll dies gezeigt werden:

$$F(\cos\phi) = C_0 \sum_{\ell} f_{\ell} P_{\ell}(\cos\phi) \quad (III.0.8)$$

Mit Hilfe der Orthogonalitätsrelation für die  $P_{\ell}$  kann diese Gleichung leicht umgekehrt werden.

$$f_{\ell} = \frac{1}{C_0} \frac{2\ell+1}{2} \int_{-1}^1 d(\cos\phi) F(\cos\phi) P_{\ell}(\cos\phi) \quad (III.0.9)$$

Der Faktor  $\frac{1}{C_0}$  ist die Zustandsdichte pro Energie- und Volumeneinheit an der Fermikante. Der Wert von  $C_0$  beträgt  $302 \text{ MeV fm}^3$ . Es ist Konvention,  $1/C_0$  explizit auftreten zu lassen. Die  $f_{\ell}$  sind dadurch als dimensionslose Größen gegeben. Man bezeichnet die Konstanten  $f_{\ell}$ ,  $f'_{\ell}$ ,  $g_{\ell}$  und  $g'_{\ell}$  als Landau-Parameter. Sie bieten die Möglichkeit, theoretische Rechnungen zu testen, da sie in direkter Beziehung zu experimentell bestimmbar Größen stehen. Dies sind die



Kompressibilität, die Symmetrieenergie und die effektive Masse der Quasiteilchen. Die empirischen Werte für die Landau-Parameter mit  $\ell=0$  sind in Tabelle 5 angegeben. Sie sind der Referenzen (DNS85) entnommen.

### III.1 Wirkung der Mediumeffekte im Potential auf die Quasiteilchen-Wechselwirkung

Die vier Anteile der Wechselwirkung  $\mathcal{E}$  sind Funktionen von  $Q$  und  $q$  bzw. über Gl. (III.0.2) von  $k$  und  $\theta$  sowie, wegen des Pauli-Projektors in der Bethe-Goldstone-Gleichung, von  $k_F$ . Für  $k_F$  und die Selbstenergieparameter  $A$  und  $B$  werden die Werte an den jeweiligen Sättigungspunkten gewählt, da die Kernmaterie dort stabil ist. Diese Werte sind in Tabelle 4 noch einmal zusammengefaßt.

Tabelle 4

	060	070	D23
$k_F$ [1/fm]	1.35	1.36	1.375
$A$ [MeV]	-364.38	-361.58	-363.09
$B$ [MeV]	284.17	284.23	278.16

Für  $k$  bzw. für den Winkel  $\phi$  wird ein Durchschnittswert gewählt (Na85), und zwar  $k = 0.7 k_F$ . Damit sind  $Q$  und  $q$  nicht mehr unabhängig voneinander und  $\mathcal{E}$  kann als Funktion nur von  $q$  betrachtet werden.

Die ersten Rechnungen in diesem Kapitel dienten dem Vergleich zwischen dem freien und dem Potential in Kernmaterie. In Abb. 17 ist die Wechselwirkung für den Parametersatz 060 gegen  $q$  aufgetragen. Die Kurven " $M=M^*$ " stellen die

Ergebnisse für das Potential in Kernmaterie dar, die Kurven "M=M,A" für das freie Potential. Man sieht, daß die relativistischen Mediumeffekte in den Nukleonspinoren einen starken repulsiven Effekt im F-Kanal bewirken, der für große  $q$  kleiner wird. Die Effekte in den anderen Kanälen sind attraktiv und verhältnismäßig klein. In Abb. 17 ist noch eine dritte Gruppe von Kurven eingezeichnet. "M=M,B" repräsentiert die Ergebnisse für das freie Potential, wobei nicht nur freie Dirac-Spinoren im Potential verwendet wurden, sondern auch noch freie Ein-Teilchen-Energien im Nenner der Bethe-Goldstone-Gleichung. Es ist zwar physikalisch nicht sinnvoll, dies zu tun, aber der Fall wird dennoch aufgeführt, um zu zeigen, daß sich die Differenzen zwischen "M=M\*" und "M=M" noch vergrößern, wenn man noch weitere Einflüsse des Mediums vernachlässigt.

Ähnlich wie im Fall der Bindungsenergie kann auch die Quasiteilchen-Wechselwirkung durch die Einführung der relativistischen Mediumeffekte ins Potential wesentlich realistischer beschrieben werden. Dies kann man für kleine  $q$  mit Hilfe der Landau-Parameter zeigen. In Tabelle 5 sind die Parameter mit  $\ell=0$  für die drei Fälle aus Abb. 17 sowie die empirischen Werte aus der Referenz (DNS85) angegeben.

Tabelle 5

	$f_0$	$f'_0$	$g_0$	$g'_0$
M=M*	-0.84	0.47	0.20	0.66
M=M,A	-1.54	0.56	0.13	0.74
M=M,B	-2.03	0.85	0.08	0.86
emp.	$0 \pm 0.2$	0.4-0.5	0.2	0.9

Insbesondere für  $f_0$  erhält man eine drastische Verbesserung auf den empirischen Wert hin, wenn auch die hier verwendete Wechselwirkung viel zu simpel ist, um ein korrektes  $f_0$  zu ergeben. Für  $f'_0$  und  $g_0$  sind die Änderungen erheblich kleiner. Man erhält Übereinstimmung mit den empirischen Werten. Nur bei  $g'_0$  führen die relativistischen Mediumeffekte zu einer wenn auch geringen Verschlechterung des Wertes.

Es stellt sich die Frage, ob die verbesserte Beschreibung der Parameter durch Berücksichtigung der relativistischen Mediumeffekte auch dann gegeben ist, wenn man zum Vergleich ein Potential heranzieht, mit dem man bei konventionellen Brückner-Rechnungen einen Sättigungspunkt in der Nähe des empirischen Sättigungspunkts erhält. Nur dies würde einen echten Fortschritt bedeuten. Das Ergebnis liegt zwar in einem solchen Fall immer auf dem Coester-Band, aber im Gegensatz zu "M=M" kann wenigstens einer der beiden empirischen Werte reproduziert werden. Drei Beispiele dafür wurden mit dem Potential D23 gerechnet. Dabei wurde die Potentialversion für die freie Streuung verwendet. Es wurden aber herkömmliche Mediumeffekte berücksichtigt. Im Fall I wurden die Dispersionseffekte in den Boxpropagatoren und der Pauli-Projektor in den Boxen berücksichtigt, im Fall II die Dispersionseffekte in sämtlichen Mesonpropagatoren und im Fall III der Pauli-Projektor in den Boxen und die Dispersionseffekte in Box- und Mesonpropagatoren. Die Ergebnisse der Bindungsenergierechnungen sind in der folgenden Tabelle zusammengefaßt:

Tabelle 6

	$k_F$ [1/fm]	$E_B/A$ [MeV]	$A$ [MeV]	$B$ [MeV]	$M^*$ [MeV]
I	1.65	-20.12	-450.93	320.93	488
II	1.5	-13.9	-369.58	270.42	569.35
III	1.3	-10.7	-328.42	256.03	610.61

Die drei Minima verdeutlichen sehr schön den Verlauf des Coester-Bandes.

Die Landauparameter wurden nicht im jeweiligen Minimum bestimmt, sondern für  $k_F = 1.35$ , den Sättigungswert für " $M=M^*$ ". Andernfalls wäre ein Vergleich nicht möglich.

Tabelle 7

	$f_0$	$f'_0$	$g_0$	$g'_0$
emp.	$0 \pm 0.2$	$0.4-0.5$	$0.2$	$0.9$
$M=M^*$	$-0.84$	$0.47$	$0.2$	$0.66$
$M=M, A$	$-1.54$	$0.56$	$0.13$	$0.74$
I	$-1.43$	$0.61$	$0.07$	$0.77$
II	$-1.29$	$0.45$	$0.09$	$0.71$
III	$-1.15$	$0.49$	$0.06$	$0.70$

Beim Vergleich der vier mit dem freien Potential berechneten Fälle erkennt man einen engen Zusammenhang zwischen  $E_B$  und dem Zentralkanal. Dieser liefert den attraktiven Anteil eines Potentials. Daher hat man für " $M=M, A$ ", wo kein Sättigungspunkt, also ein stark attraktives Potential vorliegt, ein sehr negatives  $f_0$ . "Schaltet" man die konventionellen Mediumeffekte schrittweise an, wird die Attraktion verringert und  $f_0$  betragsmäßig kleiner. Betrachtet man nun zusätzlich " $M=M^*$ ", sieht man, daß die Bindungsenergie zwar größer ist als für die Fälle "I" und "II", aber  $f_0$  ist betragsmäßig kleiner. Hier kann man die unterschiedlichen Mechanismen der relativistischen und der herkömmlichen Mediumeffekte erkennen. Beide haben einen repulsiven Effekt. Pauli- und Dispersionseffekt erreichen dies durch Verringerung der Attraktion eines Potentials, indem sie z.B. die Box-Beiträge unterdrücken. Im Gegensatz dazu verringern die rela-

tivistischen Mediumeffekte nicht nur die Attraktion, sondern sie vergrößern auch den repulsiven Potentialbeitrag des  $\omega$ -Mesons. Die unterschiedlichen Mechanismen führen zu einer verschiedenen Spin-Abhängigkeit der beiden Mediumeffekte, die sich z.B. im Spin-Spin-Kanal bemerkbar macht. Für " $M=M^*$ " ist  $g_0$  doppelt so groß wie für die konventionellen Rechnungen. Unterschiede gibt es auch für die potentiellen Energien in den einzelnen Partialwellen. Im Vergleich mit " $M=M, A$ " sieht man, daß Pauli- und Dispersionseffekt im wesentlichen in allen Partialwellen wirken, während die relativistischen Effekte hauptsächlich in den Partialwellen mit Spin 1 wirken.

Abschließend läßt sich sagen, daß die relativistischen Mediumeffekte nicht nur den Sättigungspunkt, sondern auch die Quasiteilchen-Wechselwirkung in Kernmaterie realistischer beschreiben, als das mit konventionellen Methoden möglich ist.

### III.2 Vergleich verschiedener Potentiale

Für diesen Abschnitt wurde die Wechselwirkung in den einzelnen Kanälen mit den beiden ORE-Potentialen 060 und 070 sowie mit dem um Boxen erweiterten Potential 023 berechnet. Es wurden die Potentiale in Kernmaterie benutzt. Die Ergebnisse sind in Abb. 18 dargestellt. In allen vier Kanälen zeigen sich nur sehr geringe Unterschiede, vor allem die beiden aus der nicht kovarianten Störungstheorie entwickelten Potentiale 060 und 023 ergeben fast identische Resultate. Dies kann man auch sehr deutlich an den Landau-Parametern in Tabelle 8 sehen.

Tabelle 8

	$f_0$	$f'_0$	$g_0$	$g'_0$
060	-0.84	0.47	0.20	0.66
070	-0.83	0.35	0.28	0.74
D23	-0.83	0.52	0.16	0.69
emp.	$0 \pm 0.2$	0.4-0.5	0.2	0.9

Aus diesem und dem in Kapitel II durchgeführten Vergleich der Sättigungspunkte läßt sich folgender Schluß ziehen. Es gibt sehr viele Ansätze für Nukleon-Nukleon-Potentiale, die die Streuphasen gleich gut beschreiben. Dabei ist es völlig unmöglich zu entscheiden, welcher dieser Ansätze besser ist, d.h. welches Potential der physikalischen Realität mehr entspricht. Als Beispiel für diese Situation können durchaus die drei in dieser Arbeit verwendeten Potentiale gelten. Berechnet man nun andere Größen, um prinzipielle Unterschiede zwischen den Potentialen zu finden, so zeigt sich, zumindest im Rahmen der Möglichkeiten dieser Arbeit, daß sie auch hier gleichwertig sind. Es gibt also keinen Grund, eines von ihnen bei praktischen Rechnungen irgendwie zu bevorzugen. Dies hat Konsequenzen, speziell für die Anwendung von D23, beispielsweise bei Rechnungen in endlichen Kernen. Obwohl der skalare Anteil der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung sicher durch die Delta-Boxen korrekter dargestellt wird als durch das  $\sigma_{\text{OBE}}$ , ist es unsinnig, den großen Rechenaufwand für die Boxen auf sich zu nehmen, solange ein vergleichsweise einfaches OBE-Potential wie 060 gleichwertige Ergebnisse liefert. Dies gilt natürlich nur, wenn Pauli- und Dispersionseffekt in den Boxen nicht berücksichtigt werden.

### III.3 Wirkung des $A_1$ -Mesons auf die Quasiteilchen-Wechselwirkung

In Abschnitt III.2 ist deutlich geworden, daß die Landau-Parameter im  $G'$ -Kanal von allen verwendeten Potentialen nicht sehr gut wiedergegeben werden. Die theoretischen Resultate für  $g_0'$  liegen um 0.7, während der empirische Wert 0.9 beträgt. Es existiert der Vorschlag, die Ergebnisse durch Einführung des  $A_1$ -Mesons in den Satz der Austauschmesonen zu verbessern. Die Motivation dafür liegt in der Tatsache, daß das  $A_1$ -Potential im wesentlichen nur einen Beitrag im direkten  $G'$ -Kanal ergibt und für  $q \rightarrow 0$  dort nicht verschwindet, wie dies für Pseudoskalar- und Vektormesonen in sehr guter Näherung der Fall ist (HoMu81). Dies kann man sehen, indem man das Potential nicht in der Helizitätsbasis wie in Kapitel I bestimmt, sondern die Spinoren aus Gl. (I.1.2) benutzt. Mit Gl. (I.2.5) erhält man im CMS:

$$\begin{aligned}
 V_{A_1}(\vec{p}, \vec{p}') &= 4\pi g_{A_1}^2 \frac{\epsilon \epsilon'}{4E^* E'^*} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 P_{A_1}' \left\{ \left( \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} \right)^2 - \frac{\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \right. \\
 &\quad \left( 1 + \frac{\vec{p}^2}{\epsilon^2} + \frac{\vec{p}'^2}{\epsilon'^2} + \left( \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} \right)^2 + \frac{2\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{3\epsilon^2 \epsilon'^2} \right) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + \left( \frac{1}{\epsilon \epsilon'} - \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}'}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \right) i (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) (\vec{p} \times \vec{p}') \\
 &\quad \left. + \frac{\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{3\epsilon^2 \epsilon'^2} (S_{12}(p) + S_{12}(p')) + \left( \frac{2}{\epsilon \epsilon'} - \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}'}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \right) (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}' + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p}' \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}) \right\} \quad (\text{III.3.1})
 \end{aligned}$$

Dabei ist

$$P_{A_1}' = \frac{1}{\omega_{A_1} (E_f - E_f' - \omega_{A_1})}.$$

Der Tensoroperator  $S_{12}(k)$  hat für jeden beliebigen Vektor  $\vec{k}$  die Form:

$$S_{12}(k) = \frac{3\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{k} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{k}}{k^2} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \quad (\text{III.3.2})$$

Der Ausdruck (III.3.1) erscheint nicht in der üblichen Literatur über OBE-Potentiale, wie es für die anderen Austauschmesonen der Fall ist. Daher ist seine Herleitung im Anhang angegeben. Wenn man auf die Impulsüberträge  $\vec{q} = \vec{p} - \vec{p}'$  und  $\vec{Q} = \vec{p} + \vec{p}'$  als Variable übergeht und weiterhin  $E_f = E_f'$ ,  $E^* = E^{*'}$  und  $\epsilon = \epsilon'$  setzt, da alle Teilchenimpulse auf der Fermischale liegen, findet man:

$$\begin{aligned}
 V_{A_1}(\vec{q}, \vec{Q}) = & 4\pi \frac{\epsilon^2}{4E^*2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \frac{-1}{m_{A_1}^2 + q^2} \left\{ -\left(\frac{qQ}{2\epsilon^2}\right)^2 \right. \\
 & + \left(1 + \frac{Q^4 + q^4 + \frac{2}{3}q^2Q^2}{16\epsilon^4} + \frac{11Q^2 - 5q^2}{6\epsilon^2}\right) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \\
 & + \left(\frac{1}{\epsilon^2} - \frac{Q^2 - q^2}{4\epsilon^4}\right) i (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) (\vec{q} \times \vec{Q}) \\
 & \left. + \left(\frac{q^2}{4\epsilon^4} + \frac{4}{\epsilon^2}\right) \frac{Q^2}{3} S_{12}(Q) + \left(\frac{Q^2}{4\epsilon^4} - \frac{4}{\epsilon^2}\right) \frac{q^2}{3} S_{12}(q) \right\}
 \end{aligned}
 \tag{III.3.3}$$

Der Spin-Bahn- und der Tensorkanal können in Kernmaterie vernachlässigt werden (ML64). Der Beitrag des  $F'$ -Kanals ist um ungefähr 3 Größenordnungen kleiner als der des  $G'$ -Kanals und braucht daher ebenfalls nicht berücksichtigt zu werden. Das  $A_1$ -Potential wirkt also in sehr guter Näherung nur im  $G'$ -Kanal. Weiterhin verschwindet es im Landau-Limit offensichtlich nicht. Für den Spezialfall  $q=0$  konnte das  $A_1$  also einen wichtigen Beitrag im  $G'$ -Kanal liefern. Gegen diese Annahme spricht die große Masse von 1100 MeV. Sie hat zur Folge, daß das Potential sehr kurzreichweitig ist und sein Beitrag bei den üblicherweise betrachteten Nukleonlaborenergien ( $\leq 325$  MeV) gering ist.

Durch die Einführung des  $A_1$  in den Mesonensatz dürfen natürlich nicht die Ergebnisse für Streuphasen- und Bindungsenergieberechnungen verschlechtert werden. Also muß mit dem erweiterten Mesonensatz ein Refit der Mesonparameter für die Streuphasen und die Deuteroneigenschaften durchgeführt werden. Aus-



gangspunkt ist der Parametersatz 060. Für dieses Potential sind die Streuphasen und die Mischungsparameter in den Abb. 19 bis 50 dargestellt. Auch die Wirkung des  $A_1$  kann dort abgelesen werden. Die Kurven "060+A<sub>1</sub>" stellen den Fall dar, bei dem das  $A_1$  dem Potential 060 ohne jeden Refit hinzugefügt wurde. Durch das  $A_1$  werden die beiden S-Phasen stark abgesenkt und die P-Phase, mit Ausnahme von  $^3P_0$ , angehoben. Änderungen in anderen Phasen sind äußerst klein. Um diese Abweichungen wieder auszugleichen, wurden die Parameter neu angepaßt. Die wesentliche Änderung erfolgt für die  $\sigma$ -Parameter. Durch Erhöhung der  $\sigma$ -Masse wird das  $\sigma$ -Potential kurzreichweitiger. Damit werden die P-Phasen relativ zu den S-Phasen gesenkt. Danach wird  $g_\sigma^2$  vergrößert, um alle Phasen gleichmäßig anzuheben. Der schließlich resultierende Parametersatz soll mit 061 bezeichnet werden. Er ist in Tabelle 9 dargestellt. Wie man an den dazu gehörenden Streuphasen in den Abb. 19 bis 50 sehen kann, ist der Refit für die P- und D-Phasen nicht optimal. Das  $A_1$  bewirkt in verschiedenen Phasensorten unterschiedliche Änderungen und es ist kaum durchführbar, sämtliche Phasen gleich gut wiederherzustellen. Ein Test für den Refit ist die Berechnung der Bindungsenergie wie in Kapitel II mit 061. Betrachtet man die potentielle Energie für die einzelnen Partialwellen, so sieht man, daß die Energie relativ zu 060 in den P-Wellen zunimmt und in den S-Wellen abnimmt. Diese Effekte kompensieren sich nur teilweise, so daß die potentielle Energie betragsmäßig kleiner wird. Da aber auch die kinetische Energie sinkt, ist das Gesamtergebnis für  $E_B/A$  fast identisch mit dem für 060. Dies ist in Abb. 51 gezeigt, sowohl für das freie ("M=M") als auch für das Potential in Kernmaterie ("M=M\*"). Die beiden Sättigungspunkte weichen so wenig voneinander ab, daß aus Einfachheitsgründen für 061 die Sättigungswerte von 060 verwendet wurden.

Nun kann man für den Vergleich von 060 und 061 die Wechselwirkung für beide Parametersätze berechnen und in Abb. 52 darstellen. In allen vier Kanälen las-

sen sich nur verschwindende Unterschiede feststellen. Vor allem im  $G'$ -Kanal sind die Kurven praktisch gleich. Dieses Resultat könnte so interpretiert werden, daß der Beitrag des  $A_1$  vernachlässigbar klein ist, aber eine solche Annahme wäre falsch. Es gibt zwei andere Gründe für die Übereinstimmung der Kurven in Abb. 52. Zunächst sollen 060 und 061 in Abb. 53 noch einmal verglichen werden, allerdings wird dabei als Wechselwirkung nicht mehr die  $G$ -Matrix, sondern das reine Potential genommen. Die Differenzen, die in Abb. 52 nur andeutungsweise vorhanden waren, sind hier deutlich größer geworden. Das bedeutet, der zweite Summand in der Bethe-Goldstone-Gleichung, der die kurzreichweitige Wechselwirkung in Materie darstellt, unterdrückt einen Teil der Wirkung des  $A_1$ -Mesons. Wesentlich wichtiger ist jedoch die Tatsache, daß für 061 ein Refit durchgeführt wurde. Dabei wurden die Wirkungen des  $A_1$  auf die Streuphasen wieder ausgeglichen. Dasselbe könnte für die Quasiteilchen-Wechselwirkung geschehen sein. Der Beitrag des  $A_1$  in Abb. 52 wäre dann also nicht klein, er wäre nur von anderen Mesonen kompensiert. Um die tatsächliche Größe dieses Beitrags zu erhalten, muß man statt 061 den Parametersatz " $060+A_1$ " betrachten, bei dem das  $A_1$  ohne Refit zu 060 hinzugefügt worden ist. Allerdings muß man sich bewußt sein, daß mit diesem Parametersatz weder die Streuphasen noch die Bindungsenergie in Kernmaterie reproduziert werden können. Vergleicht man die Wechselwirkung für 060 und " $060+A_1$ " in Abb. 54 miteinander, erkennt man, daß der Beitrag des  $A_1$  tatsächlich nicht klein ist. Das  $A_1$  bewirkt im  $F$ -Kanal eine starke Repulsion, in den 3 anderen Kanälen eine etwas schwächere Attraktion.

Als Randbemerkung sei erwähnt, daß man, bis auf das Vorzeichen, identische Effekte erhält, wenn man die Wechselwirkung für 061 und " $061-A_1$ " vergleicht, wie dies in Abb. 55 geschehen ist. Den Parametersatz " $061-A_1$ " erhält man, indem man das  $A_1$  ohne jeden Refit aus 061 entfernt. Diesem Satz "fehlt" sozu-

sagen ein  $A_1$ . Die Spiegelbildlichkeit der Effekte zeigt noch einmal deutlich, daß die Änderungen der Mesonparameter durch den ursprünglichen Refit das  $A_1$  in allen vier Kanälen genau kompensieren.

Da  $G'$  für  $q=0$  positiv ist, bewirkt der attraktive Effekt des  $A_1$  eine Verkleinerung. Dies gilt auch für die Landau-Parameter. Anstatt sich dem empirischen Wert anzunähern, entfernt sich  $g'_0$  noch davon.

Man muß also feststellen, daß die Einführung des  $A_1$  keine verbesserte Beschreibung des  $G'$ -Kanals bewirkt. Benutzt man ein Potential mit korrekt angepaßten Parametern, so tritt das  $A_1$  überhaupt nicht in Erscheinung. Wählt man andererseits ein Potential, für das kein Refit durchgeführt wurde, dann sieht man zwar deutlich, daß die Wirkung des  $A_1$  keinesfalls vernachlässigbar ist, muß aber auch feststellen, daß diese Wirkung in die falsche Richtung geht.

Auf den ersten Blick erscheint es überraschend, in allen vier Kanälen von Abb. 54 Auswirkungen des  $A_1$  von derselben Größenordnung zu sehen, obwohl das direkte  $A_1$ -Potential praktisch nur im  $G'$ -Kanal wirkt. Dies liegt daran, daß man nur physikalisch erlaubte, d.h. Pauli-erlaubte Potentialamplituden in Betracht ziehen darf. Es müssen daher sowohl die direkten als auch die Austauschgraphen einbezogen werden. Dies bedeutet für das tatsächliche  $A_1$ -Potential folgendes: Nach den bisherigen Überlegungen besteht  $V_{A_1}(\vec{q}, \vec{Q})$  in sehr guter Näherung aus einer Funktion  $f(\vec{q}, \vec{Q})$  der Impulsüberträge sowie den Pauli-Matrizen im Spin- bzw. Isospinraum:

$$V_{A_1}(\vec{q}, \vec{Q}) = f(\vec{q}, \vec{Q}) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \quad (\text{III.3.4})$$

Die anderen Kanäle werden vernachlässigt. Faßt man den direkten und den Austauschterm zusammen, ergibt sich der gesamte Potentialausdruck, der bei der Berechnung der Quasiteilchen-Wechselwirkung tatsächlich auftritt:

$$V_{\text{ges}} = \langle 12 | V_{A_1}(\vec{q}, \vec{Q})(1 - P_{12}) | 12 \rangle \quad (\text{III.3.5})$$

$|12\rangle$  stellt einen beliebigen Zwei-Teilchen-Zustand dar; 1 und 2 sind die Teilchenindizes,  $P_{12}$  ist der Austauschoperator. Er hat die Form:

$$P_{12} = P_{q,0} P_{\sigma} P_{\tau} \quad (\text{III.3.6})$$

$P_{q,0}$  vertauscht die beiden Impulsüberträge.  $P_{\sigma}$  ist der Spinaustauschoperator. Nach (RS80) hat er die Form:

$$P_{\sigma} = 1/2 (1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) \quad (\text{III.3.7})$$

Der Isospinvertauschungsoperator  $P_{\tau}$  sieht entsprechend aus. Durch Einsetzen in Gl. (III.3.5) ergibt sich für  $V_{\text{ges}}$ :

$$\begin{aligned} V_{\text{ges}} = \langle 12 | \{ & f(\vec{q}, \vec{Q}) \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \\ & - 1/4 f(\vec{q}, \vec{Q}) P_{q,0} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 (1 + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) (1 + \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2) \} | 12 \rangle \end{aligned} \quad (\text{III.3.8})$$

Mit Hilfe der Beziehung:

$$(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) (\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2) = 3 - 2 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \quad (\text{III.3.9})$$

und der analogen Beziehung für den Isospin erhält man schließlich:

$$V_{\text{ges}} = \langle 12 | \{ 1/4 f(\vec{q}, \vec{0}) P_{q,0} [-9 + 3\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 + 3\vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2] + 1/4 [4f(\vec{q}, \vec{0}) - f(\vec{q}, \vec{0}) P_{q,0}] \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \} | 12 \rangle \quad (\text{III.3.10})$$

Völlig unabhängig von der inneren Struktur von  $f(\vec{q}, \vec{0})$  und  $P_{q,0}$  bestehen feste Verhältnisse zwischen  $F_{A_1}$ -,  $F'_{A_1}$ - und  $G_{A_1}$ -Kanal, und zwar

$$\frac{F_{A_1}}{F'_{A_1}} = \frac{F_{A_1}}{G_{A_1}} = -3$$

Wäre  $P_{q,0} = 1$ , so hätte man diesen Wert auch für  $F_{A_1}/G'_{A_1}$ . Tatsächlich ist dieses Verhältnis jedoch eine Funktion von  $\vec{q}$  und  $\vec{Q}$ . Die Änderungen in den vier Kanälen beim Übergang von  $060$  zu  $060+A_1$  sollen mit  $\Delta F$ ,  $\Delta F'$ ,  $\Delta G$  und  $\Delta G'$  bezeichnet werden. Die Quotienten dieser Größen müssen gleich den oben vorhergesagten Verhältnissen sein, sofern die Berechnungen von  $V_{A_1}$  konsistent sind mit den Überlegungen über die Operatorform von  $V_{A_1}$ . Allerdings gilt dies nur, wenn als Wechselwirkung nicht die G-Matrix, sondern das Potential gewählt wird. In Abb. 56 sind  $060$  und  $060+A_1$  unter dieser Voraussetzung gegenübergestellt. Für einige Werte von  $q$  wurde  $\Delta F/\Delta F'$  usw. berechnet und in Tabelle 10 dargestellt. Die analogen Ergebnisse für die G-Matrix aus Abb. 54 sind ebenfalls dort zu finden.

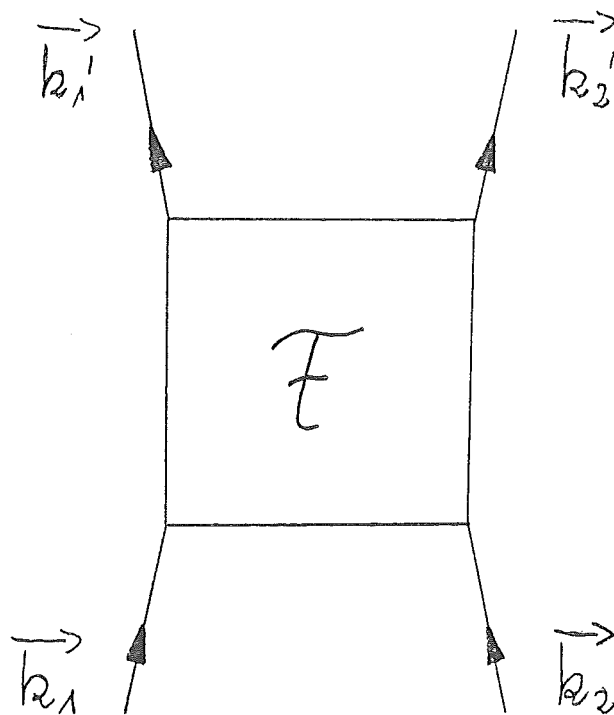
Tabelle 10

q	$\Delta F/\Delta F'$		$\Delta F/\Delta G$		$\Delta F/\Delta G'$	
	G-Mat.	Pot.	G-Mat.	Pot.	G-Mat.	Pot.
0	-2.6	-3	-2.9	-3	-2.2	-2.2
0.26	-2.6	-3	-2.9	-3	-2.2	-2.3
0.51	-2.6	-3	-2.9	-3	-2.3	-2.3
1.09	-2.8	-3	-3.1	-3	-2.7	-2.8
1.73	-2.9	-3	-3.3	-3	-3.8	-3.7
1.89	-3.1	-3	-3.4	-3	-4.2	-4.1

Für das Potential findet man die Vermutung exakt bestätigt.  $\Delta F/\Delta F'$  und  $\Delta F/\Delta G$  haben den konstanten Wert -3.  $\Delta F/\Delta G'$  ist wegen des Vertauschungsoperators  $P_{q,0}$  eine Funktion von q. Da diese Masse des  $A_1$  mit 1100 MeV sehr groß ist, ist  $P_{q,0}$  ungefähr gleich dem 1-Operator. Daher liegen die Werte von  $\Delta F/\Delta G'$  um -3 herum. Beim Übergang zur G-Matrix werden alle drei Verhältnisse vom Impulsübertrag abhängig. Dies ist auf den Einfluß der kurzreichweitigen Korrelationen, also auf den zweiten Term der Bethe-Goldstone-Gleichung zurückzuführen. Man hat somit gut verstanden, warum das  $A_1$ -Meson, das zunächst nur im  $G'$ -Kanal zu wirken scheint, in allen vier Kanälen Veränderungen hervorruft.

Abb. 16

$$\vec{k} = 1/2 (\vec{k}_1' - \vec{k}_2')$$



$$\vec{q} = \vec{k}_0 - \vec{k}$$

$$\vec{Q} = \vec{k}_0 + \vec{k}$$

$$\vec{k}_0 = 1/2 (\vec{k}_1 - \vec{k}_2)$$

$$\vec{p} = 1/2 (\vec{k}_1 + \vec{k}_2)$$

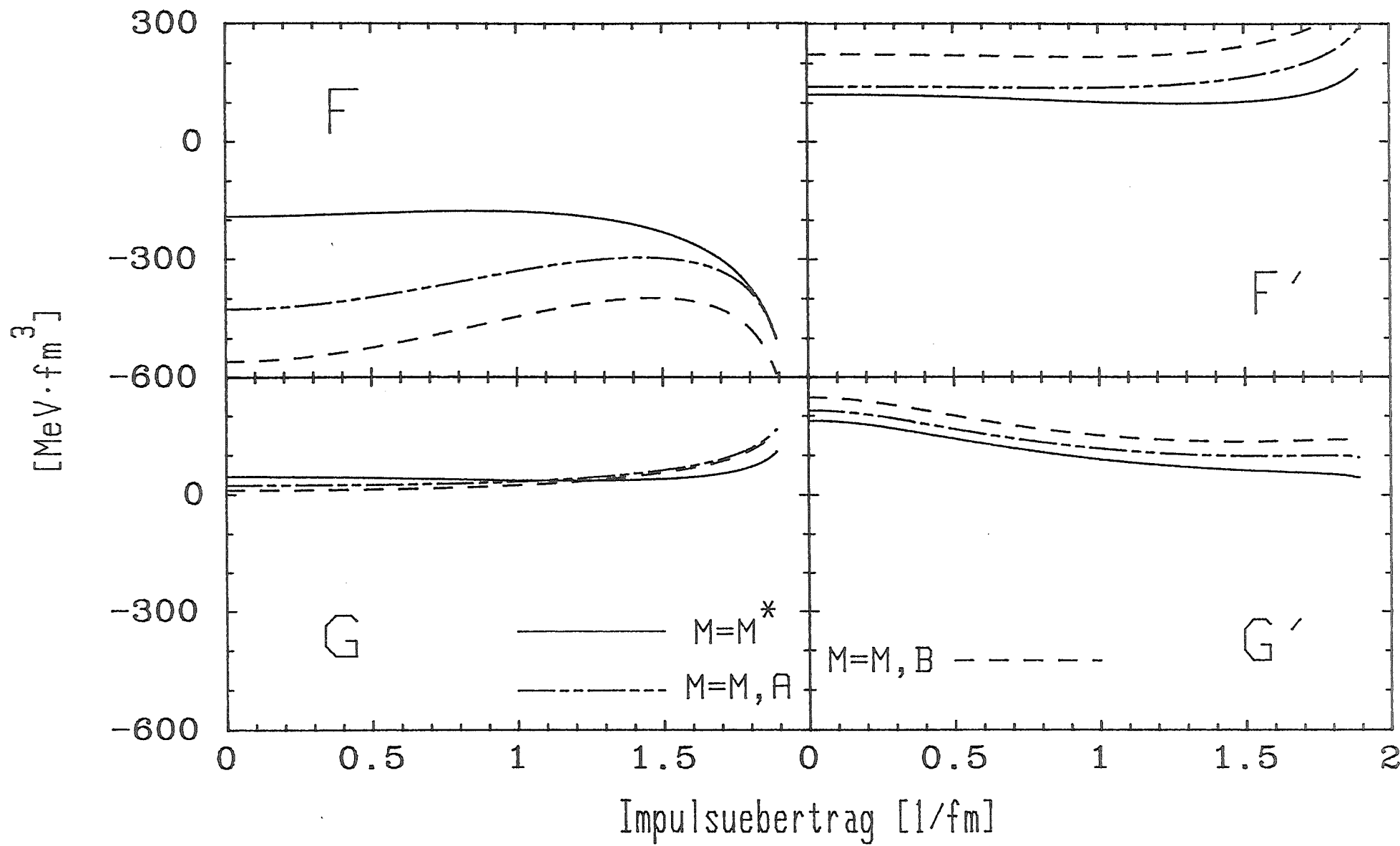




Abb. 18

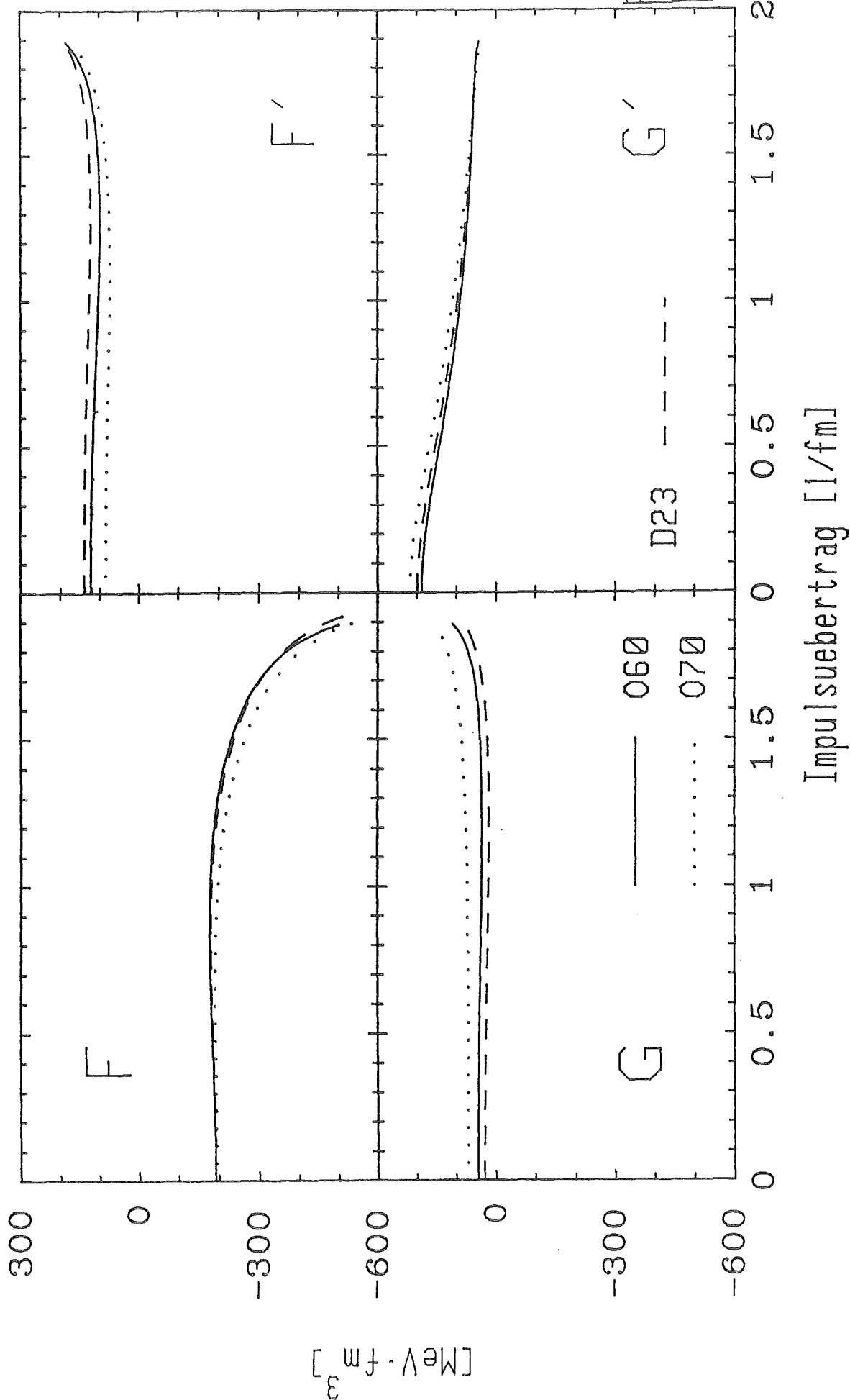
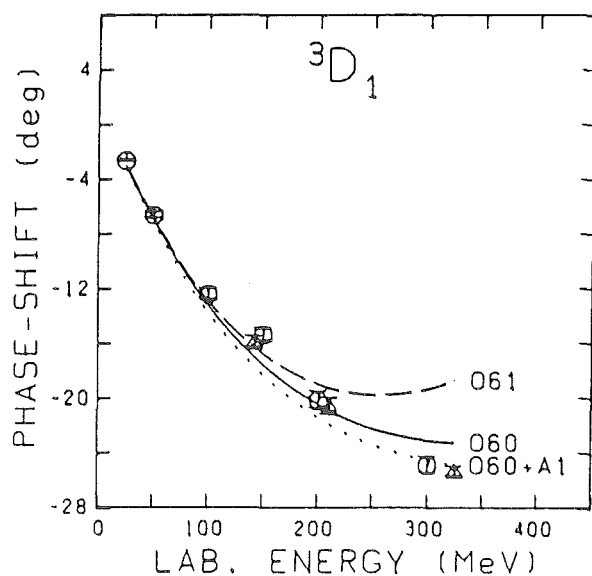
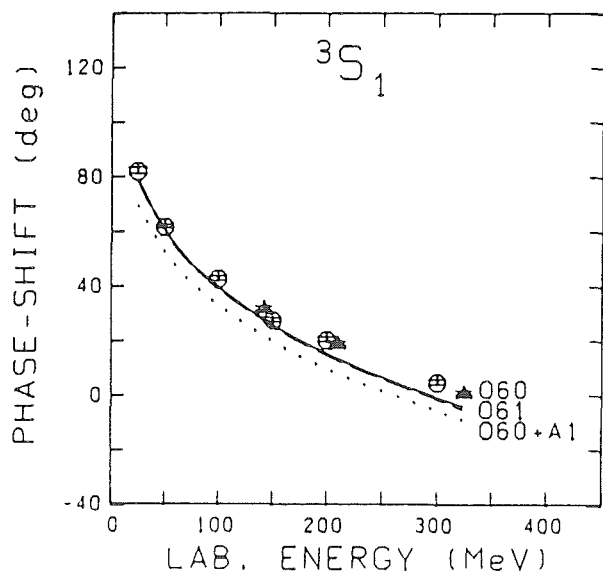
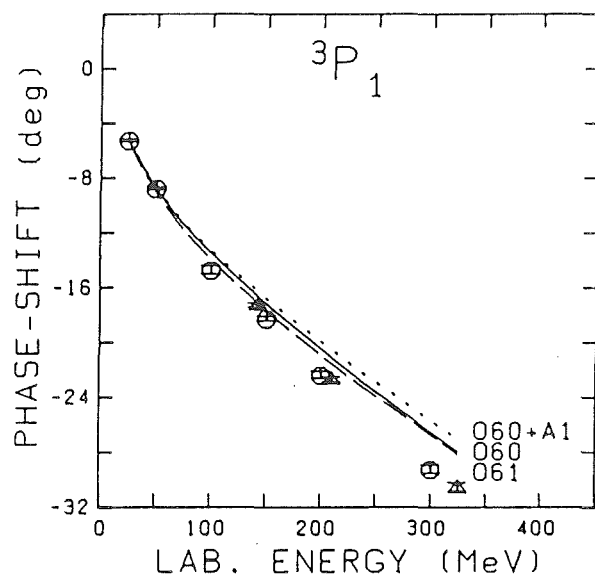
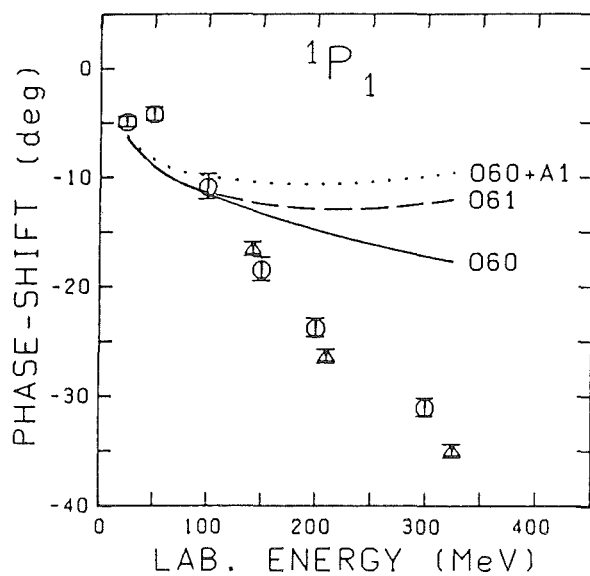
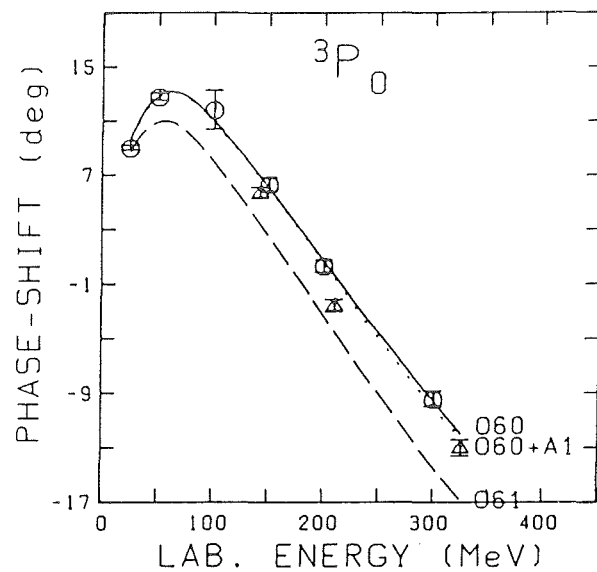
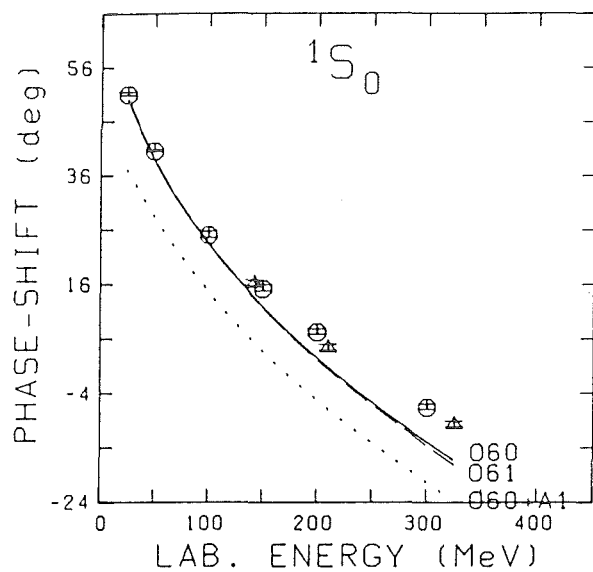


Abb. 19-24



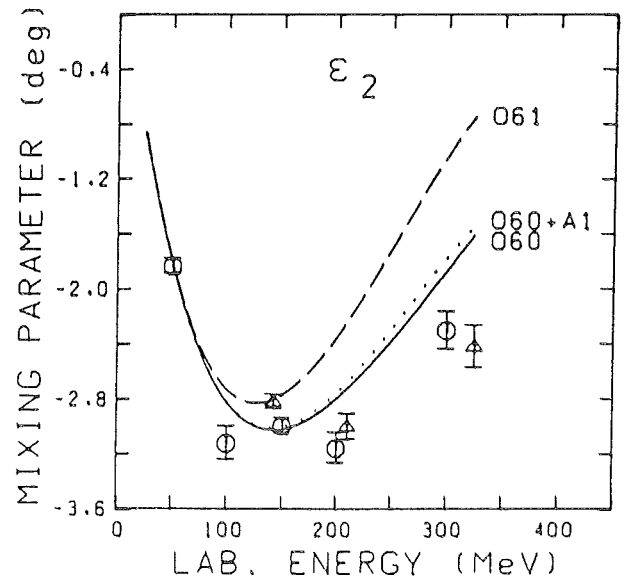
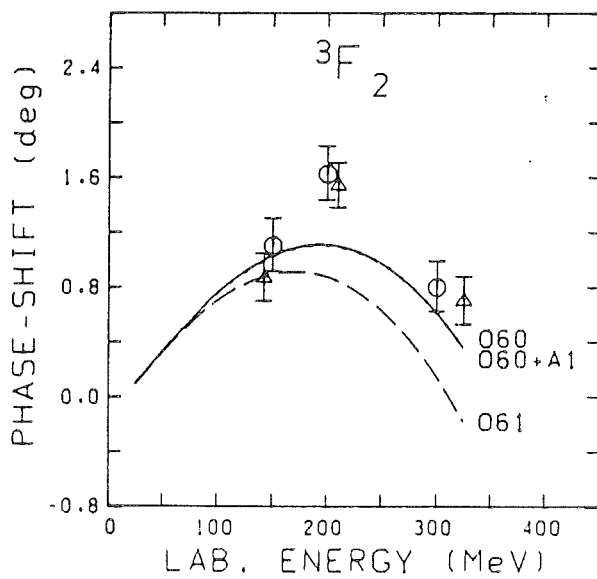
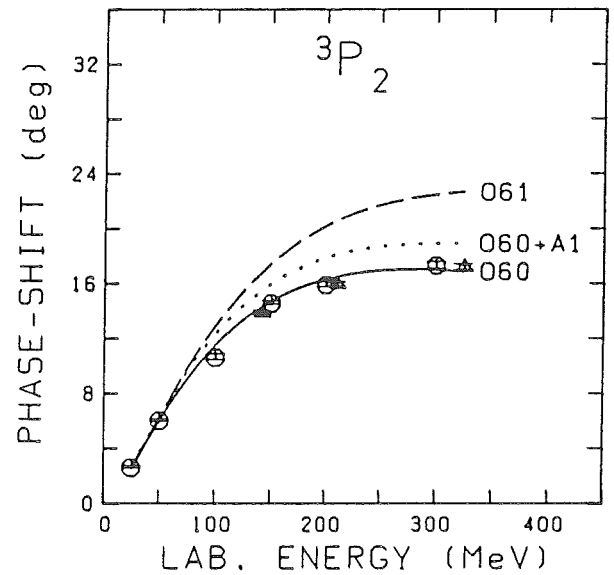
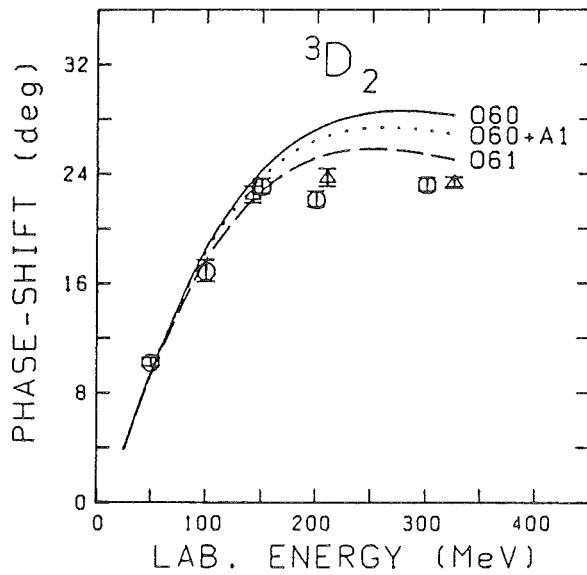
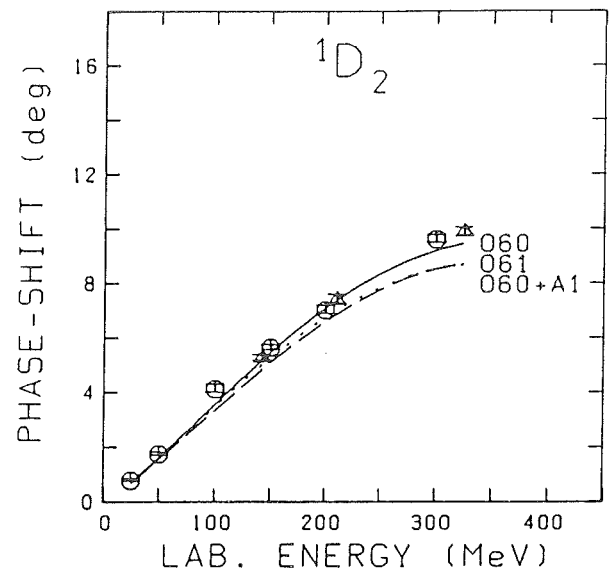
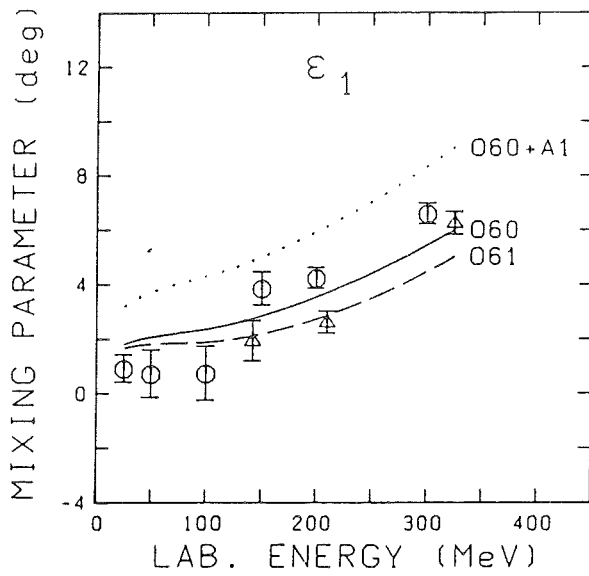


Abb. 31-36

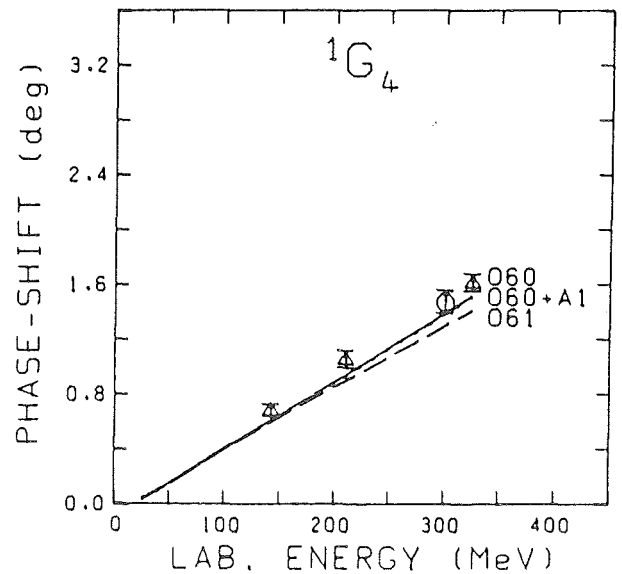
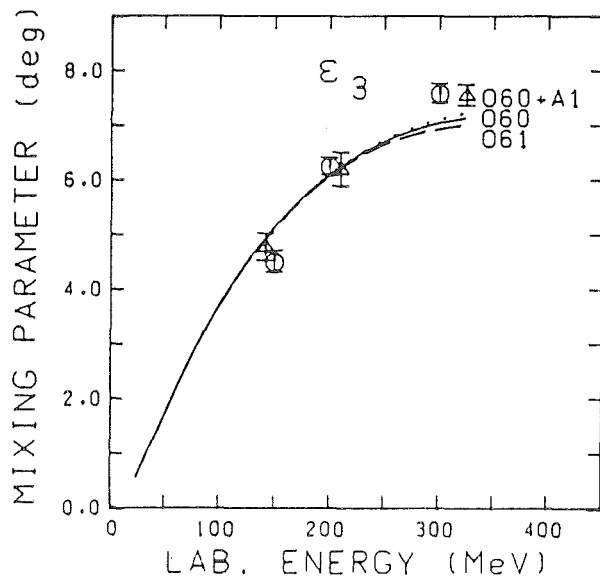
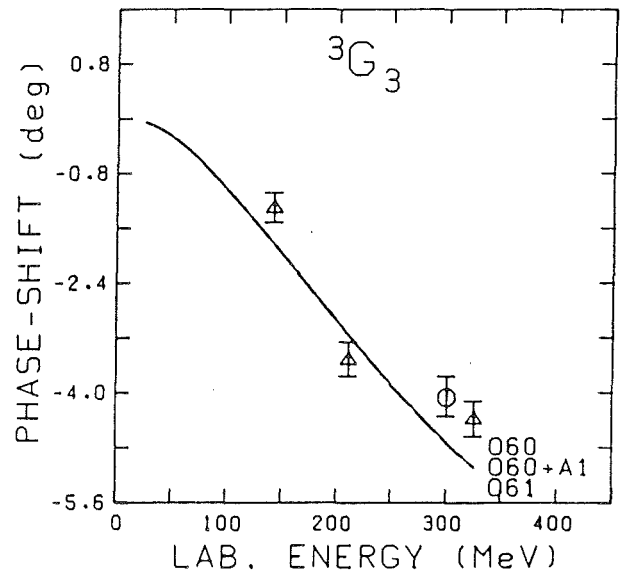
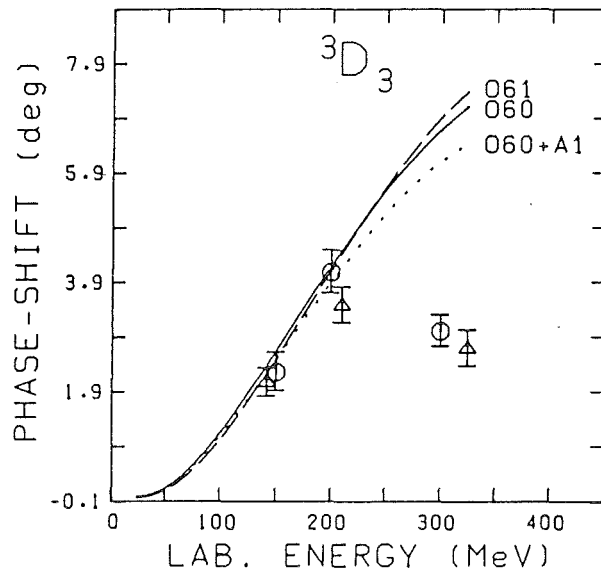
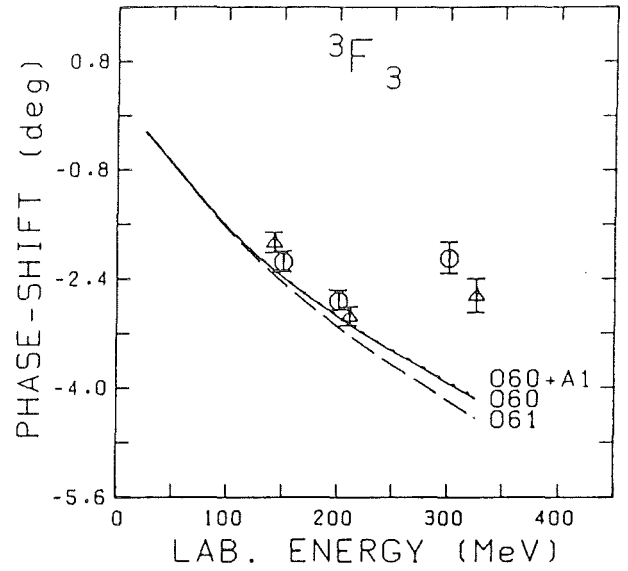
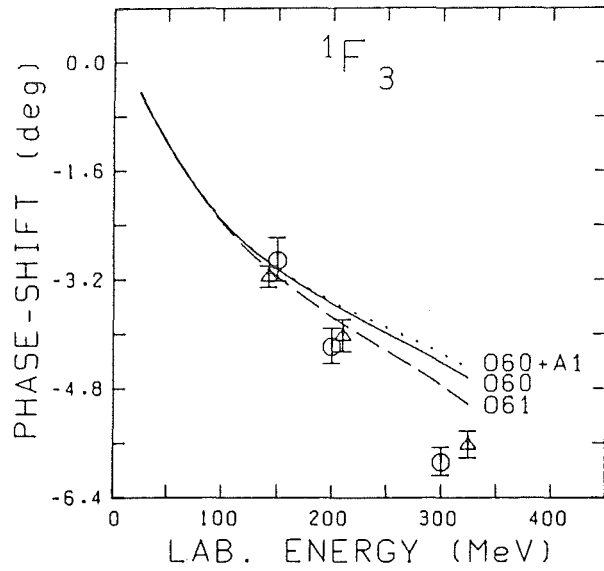


Abb. 37-42

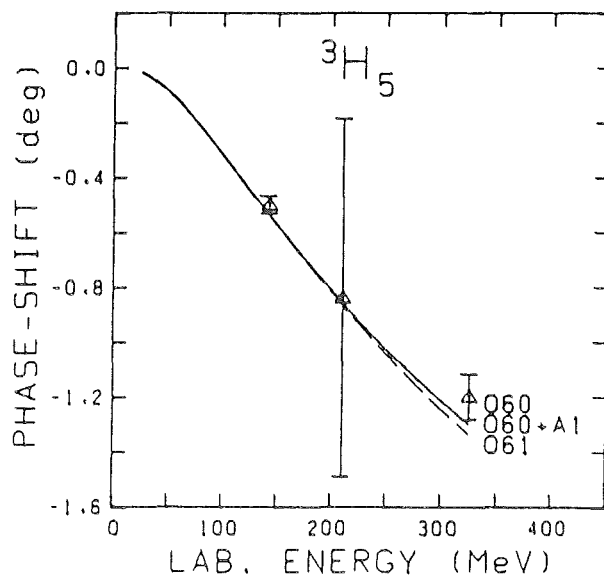
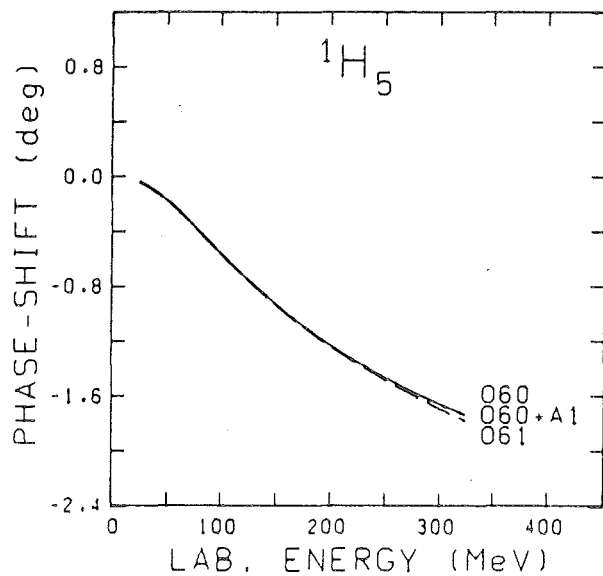
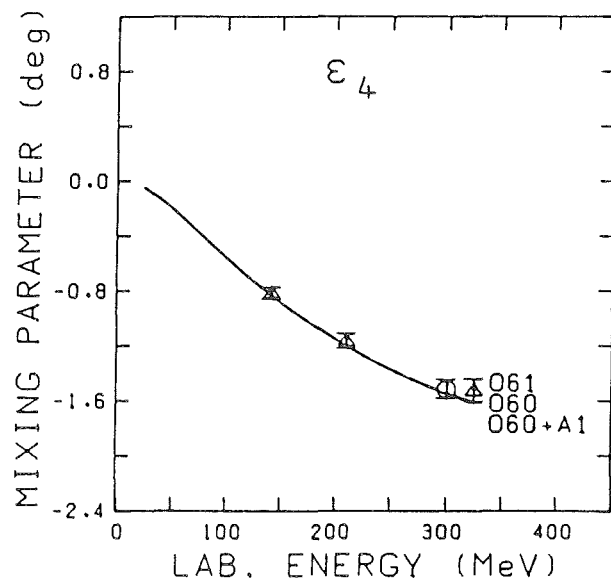
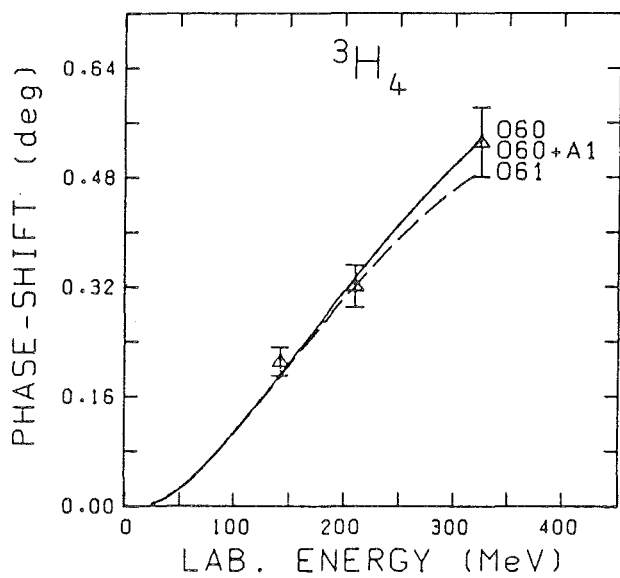
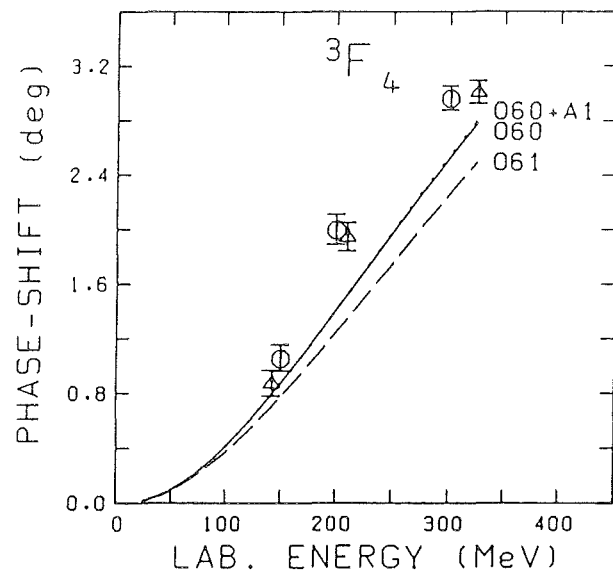
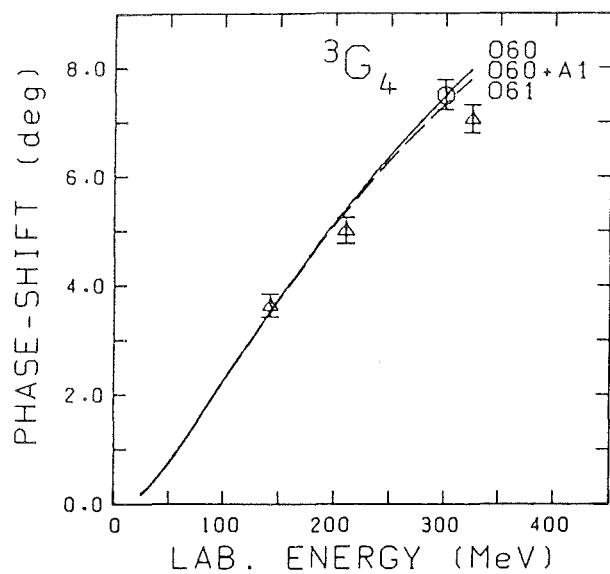


Abb. 43-48

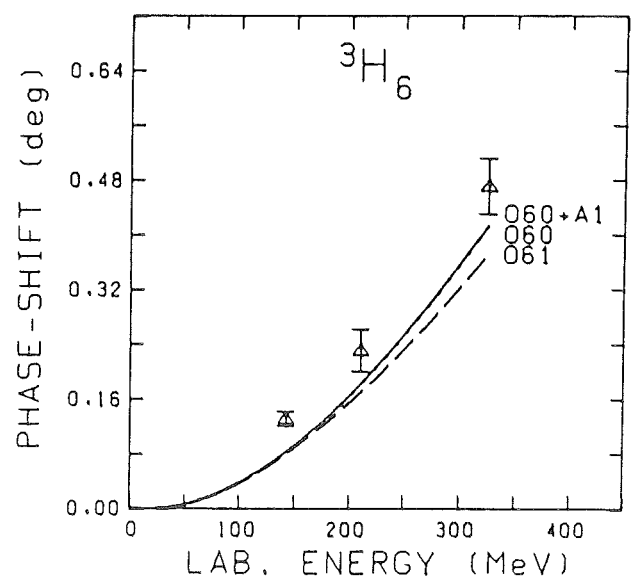
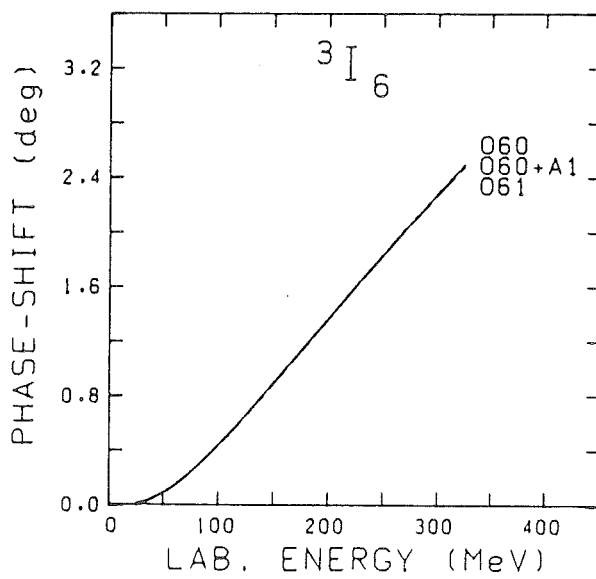
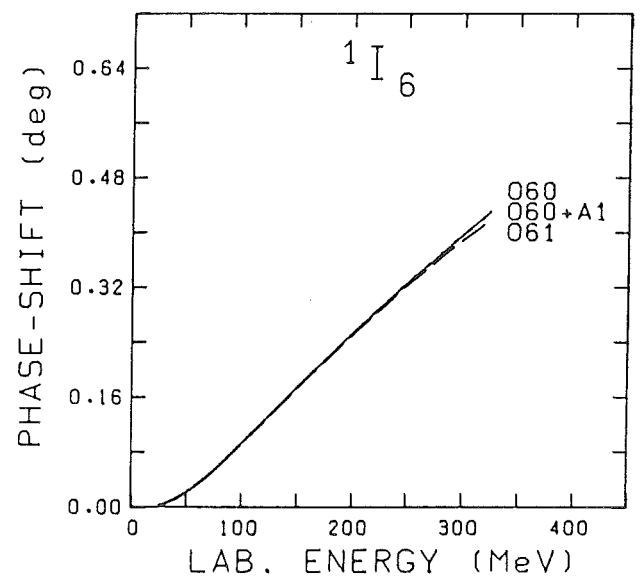
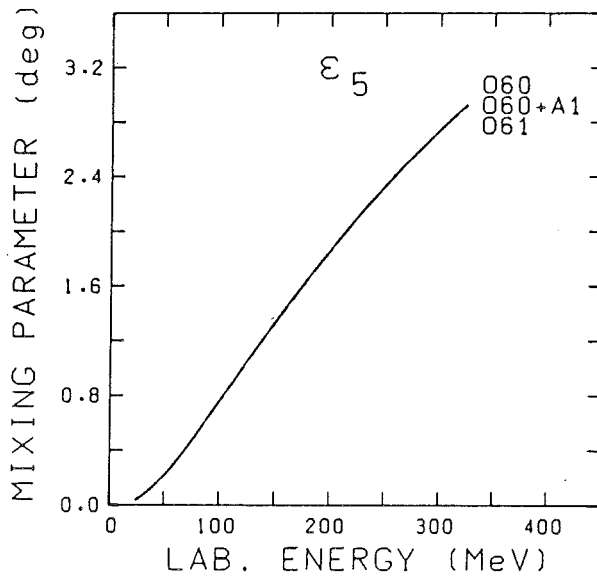
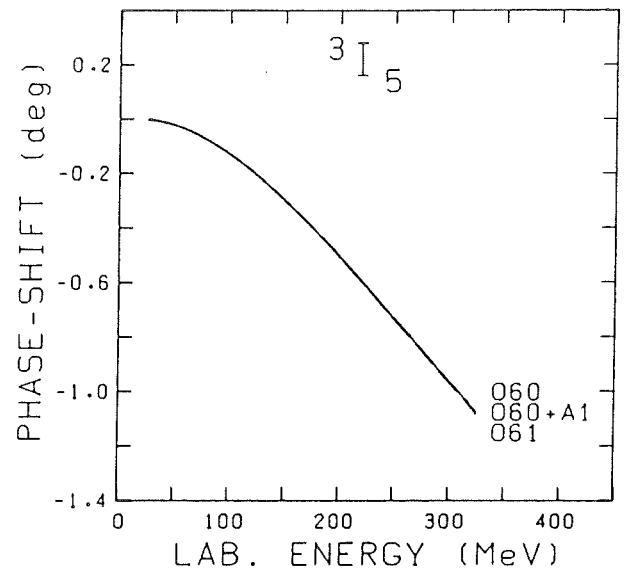
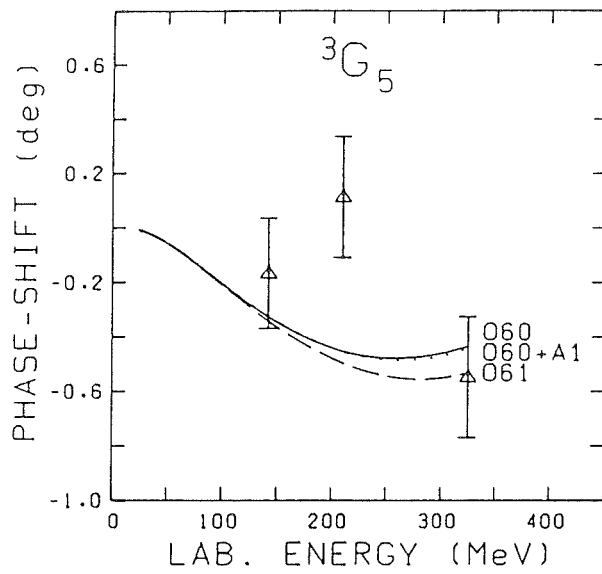
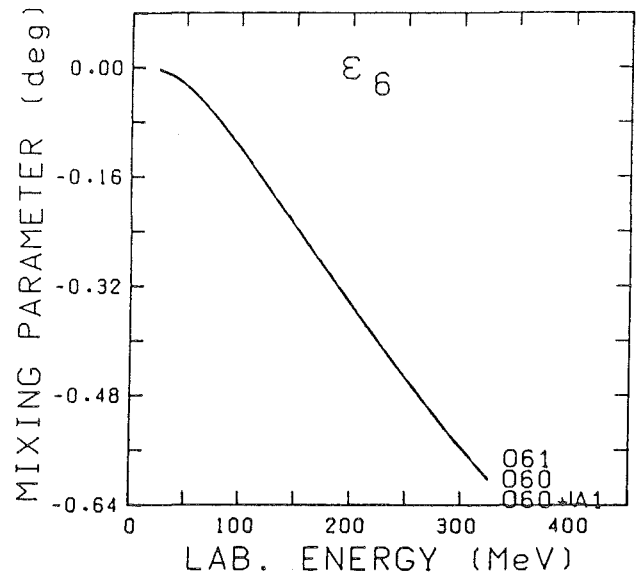
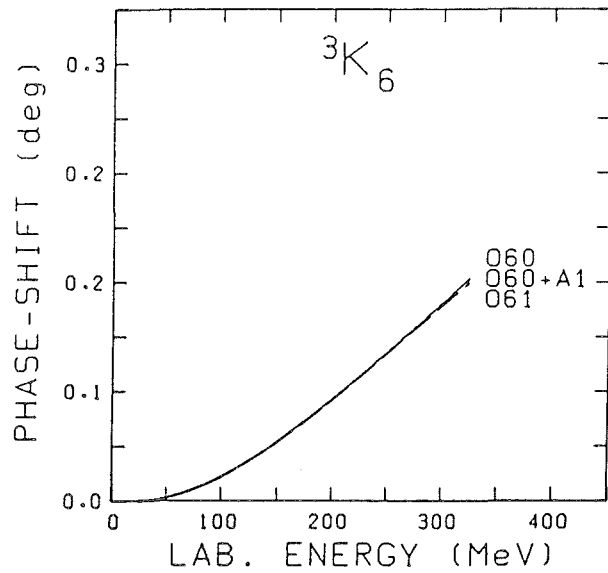


Abb. 49,50



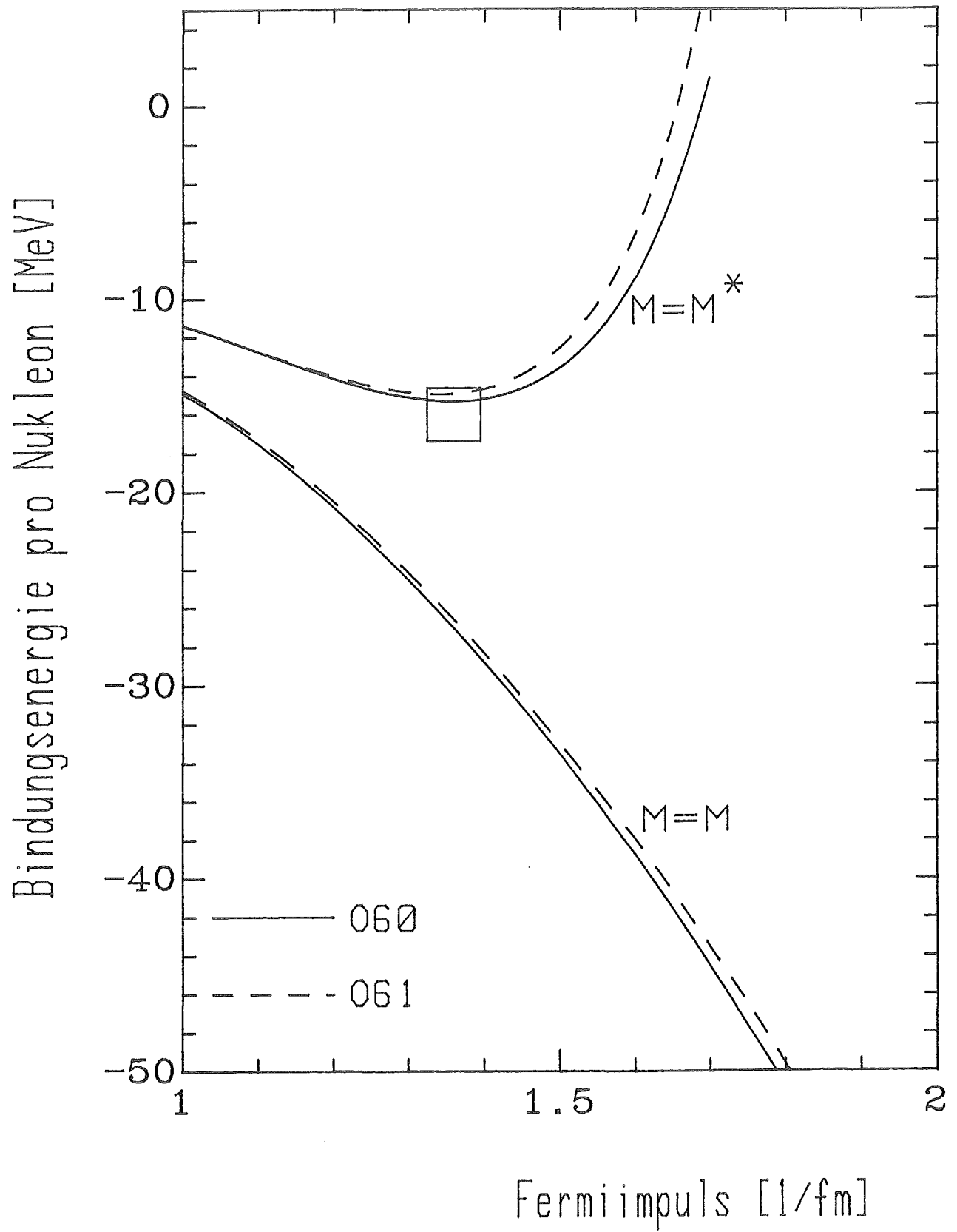




Abb. 52

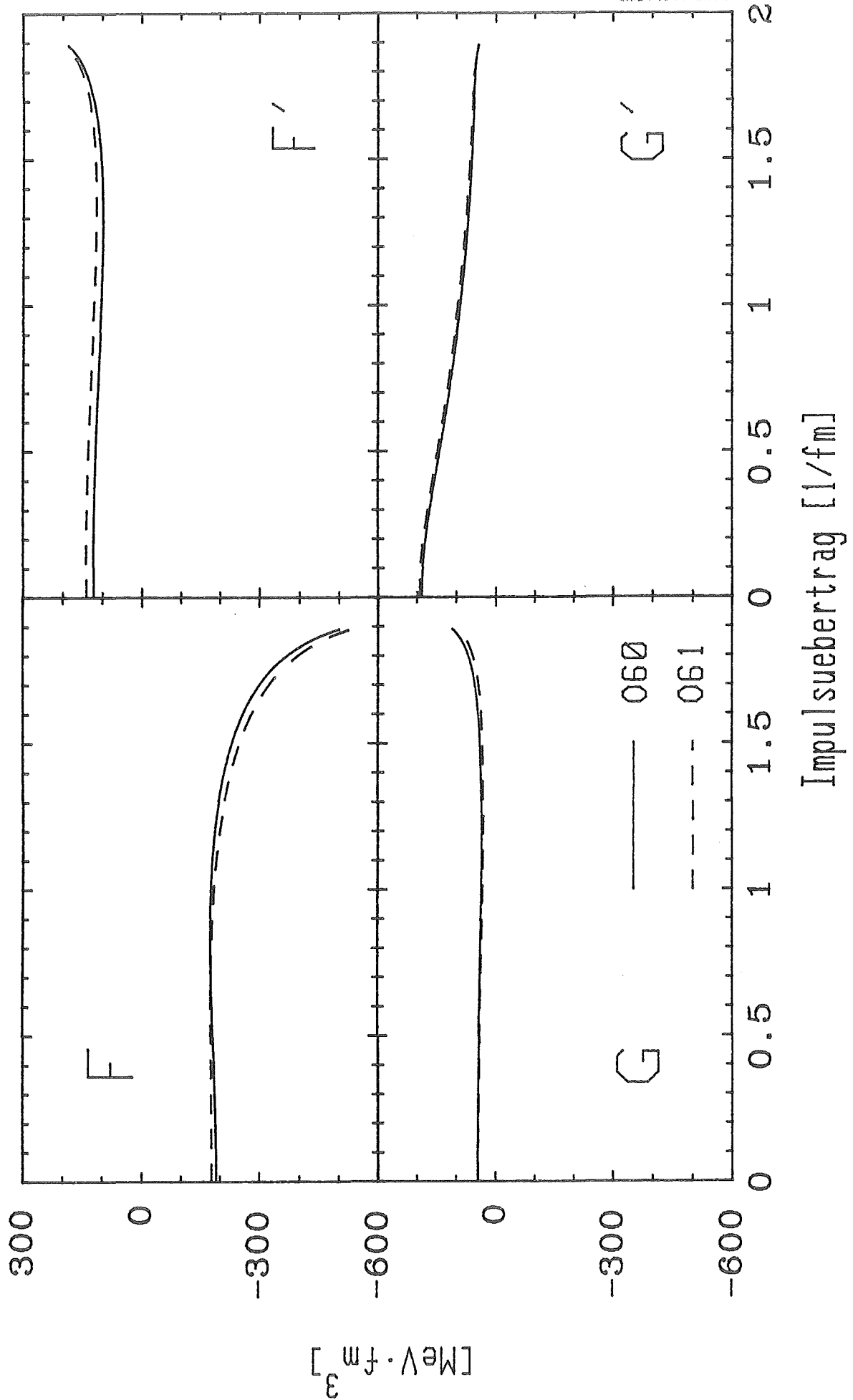
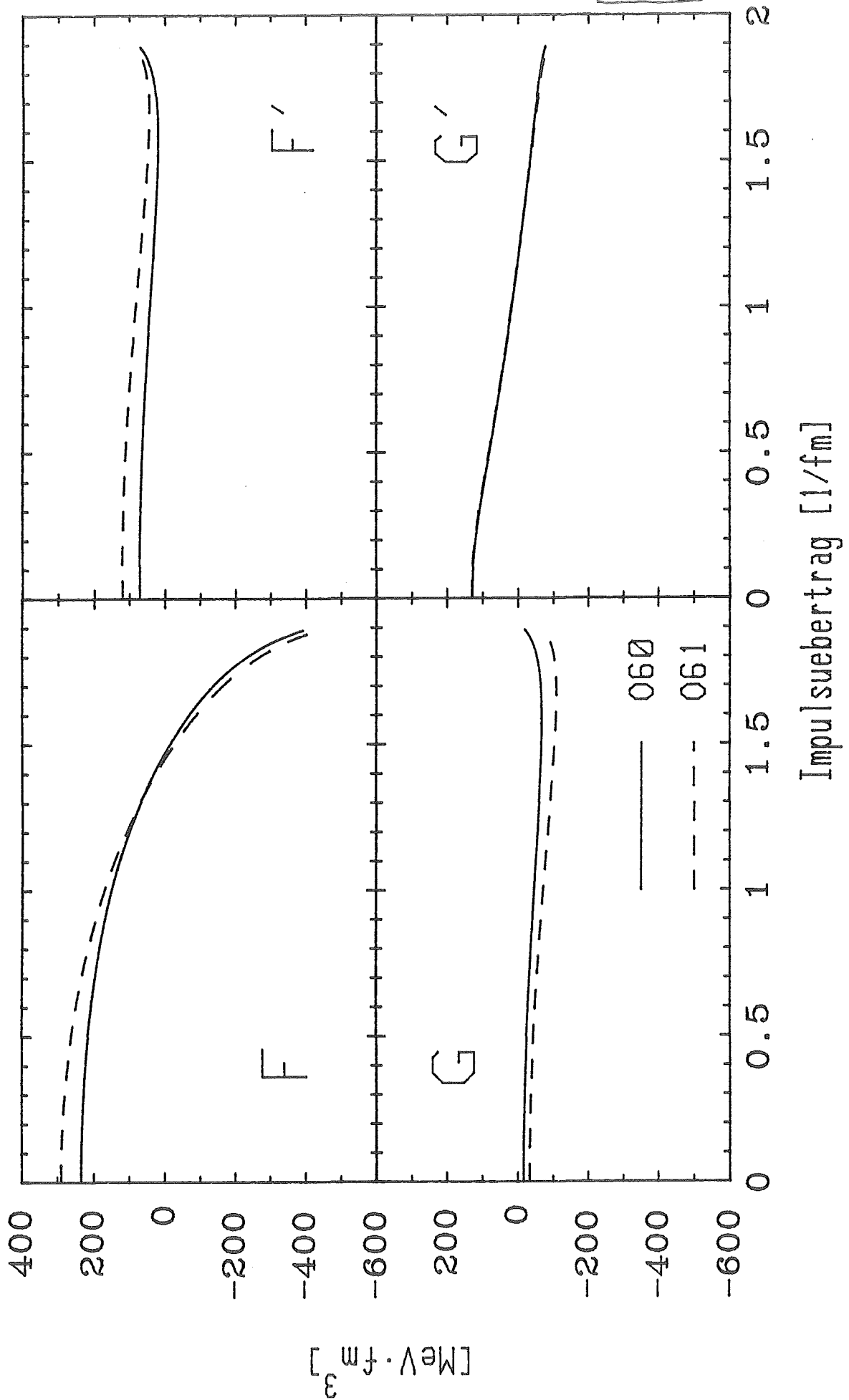
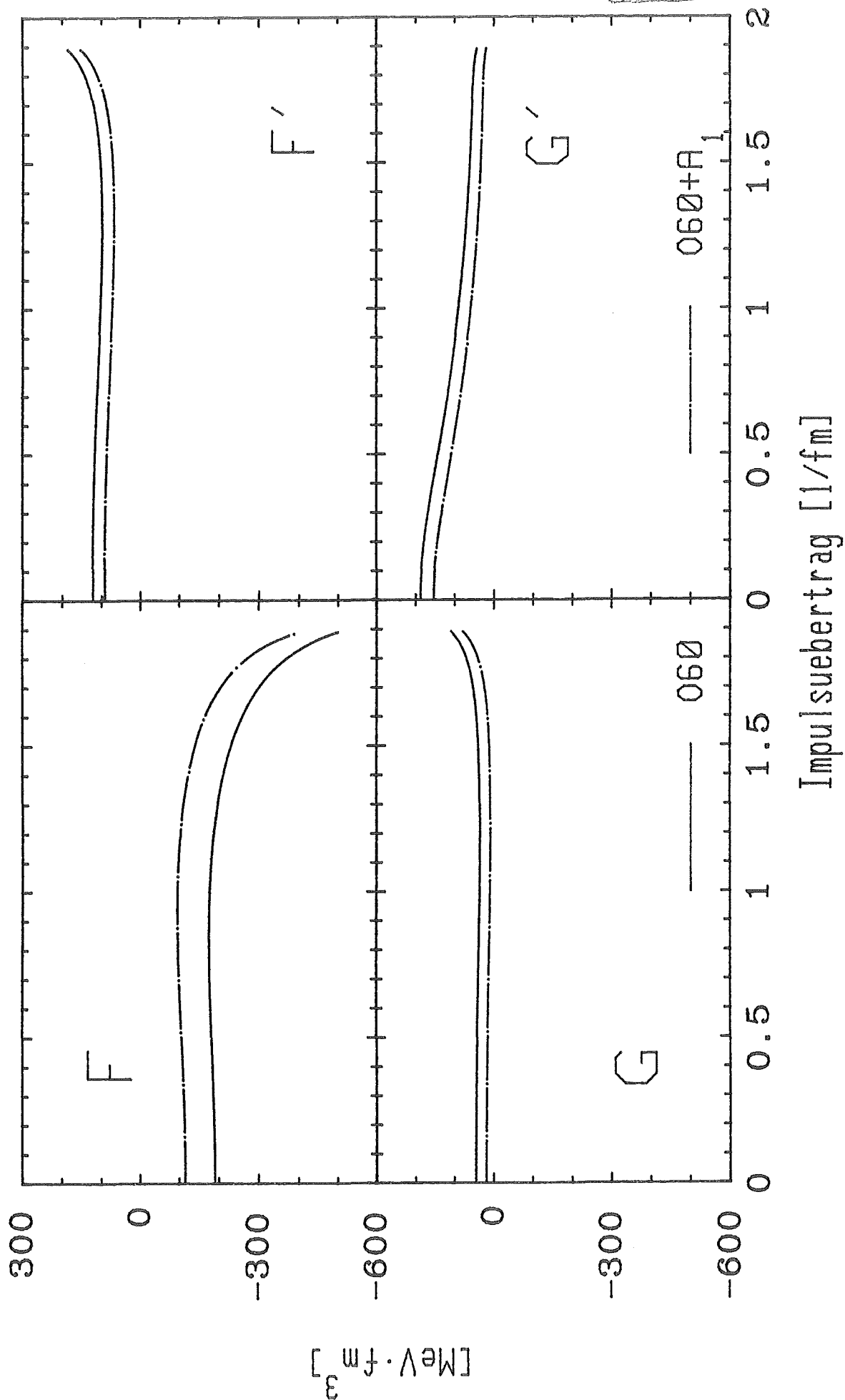
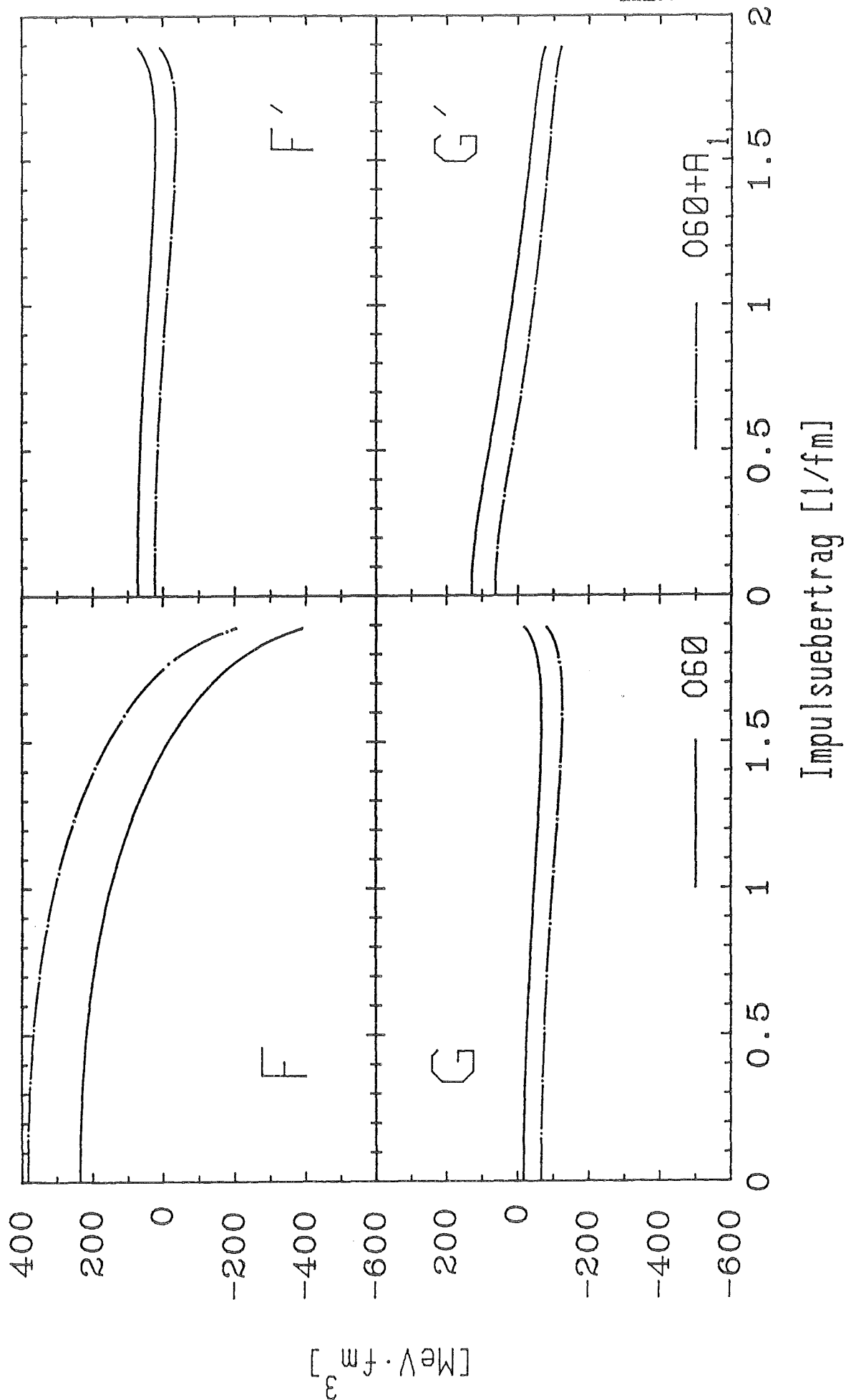


Abb. 53









# Anhang

## Äquivalenz von direkter und Gradientenkopplung des pseudoskalaren

### Mesons für die freie Streuung

Für das Ein-Boson-Austausch-Potential gilt nach (I.2.4) für die Gradienten-  
kopplung:

$$\begin{aligned} V_{ps}^G(\vec{p}', \vec{p}) &= \bar{u}(2') \frac{if_{ps}}{m_{ps}} \gamma^5 \gamma^\mu (p' - p)_\mu u(2) P_{ps} \bar{u}(1') \frac{if_{ps}}{m_{ps}} \gamma^5 \gamma^\nu (p' - p)_\nu u(1) \\ &= i \frac{f_{ps}}{m_{ps}} \{ -\bar{u}(2') \gamma^\mu p'_\mu \gamma^5 u(2) - \bar{u}(2') \gamma^5 \gamma^\mu p_\mu u(2) \} \\ &\quad \times P_{ps} i \frac{f_{ps}}{m_{ps}} \{ -\bar{u}(1') \gamma^\nu p'_\nu \gamma^5 u(1) - \bar{u}(1') \gamma^5 \gamma^\nu p_\nu u(1) \} \\ &= \frac{2M}{m_{ps}} f_{ps} \bar{u}(2') i \gamma^5 u(2) P_{ps} \frac{2M}{m_{ps}} f_{ps} \bar{u}(1') i \gamma^5 u(1) \end{aligned}$$

Für die Umformungen wurden die Vertauschungsrelationen der  $\gamma$ -Matrizen und die freie Dirac-Gleichung benutzt.

Die letzte Form von  $V_{ps}^G$  ist gleich  $V_{ps}^D$ , wenn man die Identität

$$f_{ps}^2 = \frac{m_{ps}^2}{4M^2} g_{ps}^2$$

benutzt.

Verschiedene Produkte von Nukleonspinoren und  $\gamma$ -Matrizen

$$\begin{aligned}\bar{f}_\lambda(\vec{p}') f_\lambda(\vec{p}) &= f_\lambda^\dagger(\vec{p}') \gamma^0 f_\lambda(\vec{p}) \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon'}{4E^*E'^*}} \left\langle \lambda' \left| \begin{pmatrix} 1 & \\ & \frac{2\lambda' p'}{\epsilon'} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \\ & \frac{2\lambda p}{\epsilon} \end{pmatrix} \right| \lambda \right\rangle \\ &= \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon'}{4E^*E'^*}} \left( 1 - \frac{4\lambda\lambda' p p'}{\epsilon\epsilon'} \right) \langle \lambda' | \lambda \rangle\end{aligned}$$

Völlig analog berechnet man:

$$\begin{aligned}\bar{f}_\lambda(\vec{p}') \gamma^0 f_\lambda(\vec{p}) &= \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon'}{4E^*E'^*}} \left( 1 + \frac{4\lambda\lambda' p p'}{\epsilon\epsilon'} \right) \langle \lambda' | \lambda \rangle \\ \bar{f}_\lambda(\vec{p}') \gamma^k f_\lambda(\vec{p}) &= \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon'}{4E^*E'^*}} \left( \frac{2\lambda p}{\epsilon} + \frac{2\lambda' p'}{\epsilon'} \right) \langle \lambda' | \sigma_k | \lambda \rangle \\ \bar{f}_\lambda(\vec{p}') \gamma^5 f_\lambda(\vec{p}) &= \sqrt{\frac{\epsilon\epsilon'}{4E^*E'^*}} \left( \frac{2\lambda p}{\epsilon} - \frac{2\lambda' p'}{\epsilon'} \right) \langle \lambda' | \lambda \rangle \\ \bar{f}_\lambda(\vec{p}') \gamma^5 \gamma^k f_\lambda(\vec{p}) &= -\sqrt{\frac{\epsilon\epsilon'}{4E^*E'^*}} \left( 1 + \frac{4\lambda\lambda' p p'}{\epsilon\epsilon'} \right) \langle \lambda' | \sigma_k | \lambda \rangle\end{aligned}$$

Gordon-Zerlegung in Kernmaterie

Für zwei beliebige Vierervektoren  $a^\mu$  und  $b^\mu$  gilt der folgende Ausdruck:

$$\not{a} \not{b} \equiv \gamma^\mu a_\mu \gamma^\nu b_\nu = a^\mu b_\mu - i a^\mu b^\nu \sigma_{\mu\nu} \quad (*)$$

Die Dirac-Gleichung bzw. ihre Adjungierte haben in Kernmaterie die Form:

$$(\hat{\vec{p}} - M^* - \gamma^0 B) \psi = 0$$

(\*\*)

$$\bar{\psi}(-\hat{\vec{p}} - M^* - \gamma^0 B) = 0$$

Dabei ist

der Viererimpuls:

$$\hat{p}^\mu = i\partial^\mu$$

die Nukleonwellenfunktion:

$$\psi = \int \frac{d^3p}{(2\pi)^3} \sum_{\pm s} b(\vec{p}, s) f(\vec{p}, s) e^{-ip_\mu x^\mu}$$

und der Nukleonspinor:

$$f(\vec{p}, s) = \gamma \sqrt{\frac{\epsilon^*}{2E^*}} \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{\epsilon^*} \end{pmatrix} | \chi_s \rangle$$

mit

$$\epsilon^* = E^* + M^*$$

$$E^* = \sqrt{p^2 + M^{*2}}$$

Der Pfeil über  $\hat{p}$  gibt an, in welche Richtung der Operator wirkt.

Mit den Gl. (\*\*) gilt für irgend zwei Wellenfunktionen  $\psi_1$  und  $\psi_2$ :

$$0 = \bar{\psi}_2(-\hat{\vec{p}} - M^* - \gamma^0 B) \not{a} \psi_1 + \bar{\psi}_2 \not{a} (\hat{\vec{p}} - M^* - \gamma^0 B) \psi_1$$

wobei  $a^\mu$  ein beliebiger Vierervektor ist. Mit (\*) wird daraus:



$$\begin{aligned}
 0 &= -2M^* \bar{\psi}_2 \not{a} \psi_1 - B \bar{\psi}_2 (\gamma^0 \not{a} + \not{a} \gamma^0) \psi_1 \\
 &+ \bar{\psi}_2 [a^{\mu\hat{\nu}}_{\vec{p}\mu} - i a^{\mu\hat{\nu}}_{\vec{p}\sigma} \sigma_{\mu\nu} - \hat{p}^{\mu} a_{\mu} + i \hat{p}^{\mu} a^{\nu} \sigma_{\mu\nu}] \psi_1 \\
 &= -2M^* \bar{\psi}_2 \not{a} \psi_1 - B \bar{\psi}_2 (\gamma^0 \not{a} + \not{a} \gamma^0) \psi_1 \\
 &+ \bar{\psi}_2 [a^{\mu\hat{\nu}}_{\vec{p}\mu} - i a^{\mu\hat{\nu}}_{\vec{p}\sigma} \sigma_{\mu\nu} - \hat{p}^{\mu} a_{\mu} - i \hat{p}^{\nu} a^{\mu} \sigma_{\mu\nu}] \psi_1
 \end{aligned}$$

Da  $a^\mu$  beliebig ist, muß für die Koeffizienten von  $a_\mu$  gelten:

$$\begin{aligned}
 2M^* \bar{\psi}_2 \gamma^\mu \psi_1 + B \bar{\psi}_2 (\gamma^\mu \gamma^0 + \gamma^0 \gamma^\mu) \psi_1 \\
 = \bar{\psi}_2 (\hat{p}^\mu \psi_1) - (\hat{p}^\mu \bar{\psi}_2) \psi_1 - i \hat{p}_\nu (\bar{\psi}_2 \sigma^{\mu\nu} \psi_1)
 \end{aligned}
 \tag{***}$$

Betrachtet man kein Wellenpaket, sondern ein einzelnes Nukleon mit genau definiertem Impuls, so ist:

$$\begin{aligned}
 \psi_1 &= f(\vec{p}) e^{ip^\mu x_\mu}, \quad \hat{p}^\mu \psi_1 = p^\mu f(\vec{p}) e^{-ip^\mu x_\mu} \\
 \psi_2 &= f(\vec{p}') e^{ip'^\mu x_\mu}, \quad \hat{p}^\mu \bar{\psi}_2 = -ip'^\mu \bar{f}(\vec{p}') e^{+ip'^\mu x_\mu}
 \end{aligned}$$

Man erhält für (\*\*\*)

$$\begin{aligned}
 2M^* \bar{f}(\vec{p}') \gamma^\mu f(\vec{p}) + B \bar{f}(\vec{p}') (\gamma^\mu \gamma^0 + \gamma^0 \gamma^\mu) f(\vec{p}) \\
 = \bar{f}(\vec{p}') (p' + p)^\mu f(\vec{p}) - i \bar{f}(\vec{p}') (p' - p)_\nu \sigma^{\mu\nu} f(\vec{p})
 \end{aligned}$$

Mit  $\gamma^0 \gamma^\mu + \gamma^\mu \gamma^0 = 2\delta_{\mu,0}$  wird daraus

$$\begin{aligned} & 2M^* \bar{f}(\vec{p}') \gamma^\mu f(\vec{p}) + 2B \bar{f}(\vec{p}') f(\vec{p}) \delta_{\mu,0} \\ &= \bar{f}(\vec{p}') (p' + p)^\mu f(\vec{p}) - i \bar{f}(\vec{p}') (p' - p)_\nu \sigma^{\mu\nu} f(\vec{p}) \end{aligned}$$

bzw.:

$$\begin{aligned} \frac{i}{2M} \bar{f}(\vec{p}') (p' - p)_\nu \sigma^{\mu\nu} f(\vec{p}) &= \frac{M^*}{M} \bar{f}(\vec{p}') \gamma^\mu f(\vec{p}) + \frac{1}{M} B \bar{f}(\vec{p}') f(\vec{p}) \delta_{\mu,0} \\ &\quad - \frac{1}{2M} \bar{f}(\vec{p}') (p' + p)^\mu f(\vec{p}) \end{aligned}$$

Es sei darauf hingewiesen, daß für die nullte Komponente der Viererimpulse  $p^\mu$  gilt:

$$p_0 = E = \sqrt{\vec{p}^2 + M^{*2}} + B$$

Berechnung von  $K^\mu \epsilon_\nu(-\vec{p}, \lambda)$  und  $K^\mu \epsilon_\mu(-\vec{p}, \lambda)$

Für  $\vec{p} \uparrow \uparrow \vec{e}_z$  gilt nach (Chu71):

$$\epsilon^\mu(\vec{p}, 1) = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}^\mu$$

$$\epsilon^\mu(\vec{p}, 0) = 1/M_\Delta \begin{pmatrix} p \\ 0 \\ 0 \\ E_\Delta \end{pmatrix}^\mu$$

$$\epsilon^\mu(\vec{p}, -1) = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}^\mu$$

Für einen Impuls  $\vec{q}$ , der den Winkel  $\alpha$  zur z-Achse hat, erhält man  $\epsilon^\mu(\vec{q}, \lambda)$  durch Anwendung der 4x4-Matrix R auf  $\epsilon^\mu(\vec{p}, \lambda)$ .

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \hat{R} \end{pmatrix}$$

$\hat{R}$  ist die übliche 3x3-Drehmatrix für eine Drehung um  $\alpha$  in der x,z-Ebene. Die Reduzierung auf eine zweidimensionale Drehung ist vernünftig, da der ganze Streuprozess o.B.d.A. in die x,z-Ebene gelegt werden kann.

$$\hat{R} = \begin{pmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{pmatrix}$$

Im Spezialfall  $\vec{q} = -\vec{p}$  ist  $\alpha = 180^\circ$  und für R ergibt sich:

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Die neuen Spinoren sind

$$\epsilon^\mu(-\vec{p}, 1) = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}^\mu$$

$$\varepsilon^\mu(-\vec{p}, 0) = 1/M_\Delta \begin{pmatrix} p \\ 0 \\ 0 \\ -E_\Delta \end{pmatrix}^\mu$$

$$\varepsilon^\mu(-\vec{p}, -1) = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ -i \\ 0 \end{pmatrix}^\mu$$

Mit der Definition

$$K^\mu = (0, p' \sin \vartheta, 0, p' \cos \vartheta - p)$$

ergeben sich die gesuchten Ausdrücke

$$K^\mu \varepsilon^\nu(-\vec{p}, 1) = 1/\sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \sin \vartheta & -ip' \sin \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \cos \vartheta - p & -i(p' \cos \vartheta - p) & 0 \end{pmatrix}^{\mu\nu}$$

$$K^\mu \varepsilon^\nu(-\vec{p}, 0) = 1/M_\Delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ p' q \sin \vartheta & 0 & 0 & -p' E_\Delta \sin \vartheta \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ p(p' \cos \vartheta - p) & 0 & 0 & -E_\Delta(p' \cos \vartheta - p) \end{pmatrix}^{\mu\nu}$$

$$K^\mu \varepsilon^\nu(-\vec{p}, -1) = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \sin \vartheta & ip' \sin \vartheta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & p' \cos \vartheta - p & i(p' \cos \vartheta - p) & 0 \end{pmatrix}^{\mu\nu}$$

Weiterhin ist:

$$K^\mu \varepsilon_\mu(-\vec{p}, 1) = -\frac{1}{\sqrt{2}} p' \sin \vartheta$$

$$K^\mu \epsilon_\mu(-\vec{p}, 0) = \frac{E_\Delta}{M_\Delta} (p' \cos \vartheta - p)$$

$$K^\mu \epsilon_\mu(-\vec{p}, -1) = 1/\sqrt{2} p' \sin \vartheta$$

### Bestimmung der Operatorform des $A_1$ -Potentials

Für die folgenden Berechnungen werden einige einfache Beziehungen benötigt:

$$(\vec{a} \times \vec{b})_i = \sum_{j,k=1}^3 \epsilon_{ijk} a_j b_k$$

$$\sigma^k \sigma^j = \delta_{kj} + i \sum_{\ell} \epsilon_{kj\ell} \sigma^\ell$$

$$\sum_i \epsilon_{ijk} \epsilon_{ilm} = \delta_{jl} \delta_{km} - \delta_{jm} \delta_{kl}$$

$$\epsilon_{ijk} = \epsilon_{kij} = \epsilon_{jki}$$

$\epsilon_{ijk}$  ist der total antisymmetrische Tensor.

Nach Gl. (I.2.5) ergibt sich im CMS für das  $A_1$ -Potential:

$$\begin{aligned} V_{A_1}(\vec{p}, \vec{p}') &= 4\pi g_{A_1}^2 \vec{\tau}_1 \vec{\tau}_2 \bar{f}(-\vec{p}') \gamma_\mu \gamma_5 f(-\vec{p}) (-g^{\mu\nu}) P_{A_1}' \bar{f}(\vec{p}') \gamma_\nu \gamma_5 f(\vec{p}) \\ &= 4\pi g_{A_1}^2 P_{A_1}' \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 [-\bar{f}(-\vec{p}') \gamma_0 \gamma_5 f(-\vec{p}) \bar{f}(\vec{p}') \gamma_0 \gamma_5 f(\vec{p}) \\ &\quad + \bar{f}(-\vec{p}') \gamma_\mu \gamma_5 f(-\vec{p}) \bar{f}(\vec{p}') \gamma^\mu \gamma_5 f(\vec{p})] \end{aligned}$$

Mit dem Vorfaktor  $C = 4\pi g_{A_1}^2 \frac{\epsilon \epsilon'}{4E^* E^*} P_{A_1}'$  findet man:

$$V_{A_1}(\vec{p}, \vec{p}') = C \cdot [\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 (\frac{\vec{p}}{\epsilon} + \frac{\vec{p}'}{\epsilon})^2 + \sum_k (\sigma_k^2 + \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon} \sigma_k^2 \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon}) (\sigma_k^1 + \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}'}{\epsilon} \sigma_k^1 \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon})]$$

Der 2. Summand kann in 4 Terme zerlegt werden:

$$\alpha = \sum_k \sigma_k^2 \sigma_k^1 = \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

$$\begin{aligned} \beta &= \sum_k \sigma_k^2 \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}'}{\epsilon} \sigma_k^1 \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon} = \sum_{ik} \sigma_k^2 \sigma_i^1 p_i' \sigma_k^1 \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon \epsilon'} \\ &= \sum_{ik} \sigma_k^2 (\delta_{ik} + i \sum_j \epsilon_{ikj} \sigma_j^1) p_i' \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon \epsilon'} = \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'} \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon} + \frac{i}{\epsilon \epsilon'} \sum_{ijk\ell} \epsilon_{ikj} \sigma_k^2 \sigma_j^1 \sigma_\ell^1 p_i' p_\ell \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta - \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon} \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'} &= \frac{i}{\epsilon \epsilon'} \sum_{ijk\ell} \epsilon_{ikj} \sigma_k^2 p_i' p_\ell (\delta_{j\ell} + i \sum_m \epsilon_{j\ell m} \sigma_m^1) = \frac{i}{\epsilon \epsilon'} \sum_{ijk} \epsilon_{ikj} \sigma_k^2 p_i' p_j \\ &\quad - \frac{1}{\epsilon \epsilon'} \sum_{ijk\ell m} \epsilon_{ikj} \epsilon_{j\ell m} \sigma_k^2 \sigma_m^1 p_i' p_\ell = \frac{i}{\epsilon \epsilon'} \vec{\sigma}_2 (\vec{p} \times \vec{p}') \\ &\quad - \frac{1}{\epsilon \epsilon'} \sum_{ik\ell m} (\delta_{i\ell} \delta_{km} - \delta_{im} \delta_{k\ell}) \sigma_k^2 \sigma_m^1 p_i' p_\ell \end{aligned}$$

$$\beta = \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon} \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'} + \frac{i}{\epsilon \epsilon'} \vec{\sigma}_2 (\vec{p} \times \vec{p}') - \frac{1}{\epsilon \epsilon'} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{p} \cdot \vec{p}' + \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}'}{\epsilon'} \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon}$$

$$\gamma = \sum_k \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'} \sigma_k^2 \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon} \sigma_k^1$$

Die einzelnen Rechenschritte entsprechen denen von  $\beta$ :

$$\gamma = \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon} \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'} + \frac{i}{\epsilon \epsilon'} \vec{\sigma}_1 (\vec{p} \times \vec{p}') - \frac{1}{\epsilon \epsilon'} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{p} \cdot \vec{p}' + \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}'}{\epsilon'} \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon}$$

$$\delta = \sum_k \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'} \sigma_k^2 \frac{\vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon} \frac{\sigma_1 \vec{p}'}{\epsilon} \sigma_k^1 \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}}{\epsilon}$$

Schreibt man alle Skalarprodukte der Art  $\vec{\sigma}\vec{p}$  explizit als Summe  $\sum_i \sigma_i p_i$  und benutzt die zu Anfang gegebenen Formeln, so läßt sich  $\delta$  leicht umformen:

$$\delta = \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}' \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon'^2} \frac{\vec{p}^2}{\epsilon^2} - \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p} \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{p}'}{\epsilon} \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} + \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p} \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon} \frac{\vec{p}'^2}{\epsilon'^2} + \frac{(\vec{p} \vec{p}')^2}{\epsilon^2 \epsilon'^2} - \frac{\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{\epsilon^2 \epsilon'^2}$$

$$- i \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon^2 \epsilon'^2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot (\vec{p} \times \vec{p}') - \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} \frac{\vec{\sigma}_1 \vec{p}' \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{p}}{\epsilon} + \frac{(\vec{p} \vec{p}')^2}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2$$

Faßt man alles zusammen, so erhält man unter Berücksichtigung der Definition des Tensoroperators:

$$S_{12}(p) = 3 \frac{\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}}{\vec{p}^2} - \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2$$

für  $V_{A_1}$  den Ausdruck:

$$V_{A_1}(\vec{p}, \vec{p}') = C \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \left\{ \left( \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} \right)^2 - \frac{\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \right.$$

$$+ \vec{\sigma}_1 \vec{\sigma}_2 \left( 1 + \left( \frac{\vec{p}}{\epsilon} + \frac{\vec{p}'}{\epsilon'} \right)^2 + \left( \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} \right)^2 + \frac{2}{3} \frac{\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{\epsilon^2 \epsilon'^2} - 2 \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon \epsilon'} \right)$$

$$+ i \left( \frac{1}{\epsilon \epsilon'} - \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \right) (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot (\vec{p} \times \vec{p}') + \frac{\vec{p}^2 \vec{p}'^2}{3 \epsilon^2 \epsilon'^2} (S_{12}(p) + S_{12}(p'))$$

$$\left. + \left( \frac{2}{\epsilon \epsilon'} - \frac{\vec{p} \vec{p}'}{\epsilon^2 \epsilon'^2} \right) (\vec{\sigma}_1 \vec{p} \vec{\sigma}_2 \vec{p}' + \vec{\sigma}_1 \vec{p}' \vec{\sigma}_2 \vec{p}) \right\}$$

In dieser Form besteht das Potential aus Isospin (F'), Isospin/Spin (G'), Isospin/Spin-Bahn, Isospin/Tensor sowie nichtlokalen Termen.

Geht man auf die Impulsüberträge als Variable über und berücksichtigt, daß hier  $\vec{p} = \vec{p}'$  bzw.  $\epsilon = \epsilon'$  und  $\vec{q} \perp \vec{0}$  gilt, dann fallen die nichtlokalen Ausdrücke weg und es bleibt:

$$\begin{aligned}
 V_{A_1}(\vec{q}, \vec{0}) = & 4\pi g_{A_1}^2 \frac{\epsilon^2}{4E^2} \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2 \frac{-1}{m_{A_1}^2 + \vec{q}^2} \left\{ -\left(\frac{q0}{2\epsilon^2}\right)^2 \right. \\
 & + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \left( 1 + \frac{0^4 + q^4 + 2/3 q^2 0^2}{16\epsilon^4} + \frac{110^2 - 5q^2}{6\epsilon^2} \right) \\
 & + 2 \left( \frac{1}{\epsilon^2} - \frac{0^2 - q^2}{4\epsilon^4} \right) \frac{i}{2} (\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \cdot (\vec{q} \times \vec{0}) \\
 & + \left( \frac{q^2}{4\epsilon^4} + \frac{4}{\epsilon^2} \right) \frac{0^2}{3} S_{12}(0) + \left( \frac{0^2}{4\epsilon^4} - \frac{4}{\epsilon^2} \right) \frac{q^2}{3} S_{12}(q)
 \end{aligned}$$



Tabelle 1

Parametersatz 060

$M = 938.926 \text{ MeV}$

Austausch- meson	T	$J^P$	$g^2$	f/g	m (MeV)	$\Lambda$ (MeV)
$\pi$	1	$0^-$	0.0778		138.03	1750
$\eta$	0	$0^-$	0.4271		548.8	1500
$\delta$	1	$0^+$	1.0534		983	2000
$\sigma$	0	$0^+$	8.8819		550	2000
$\rho$	1	$1^-$	0.9	6.1	769	1500
$\omega$	0	$1^-$	20.0	0	782.6	1500

Für die pseudoskalaren Mesonen sind die Gradientenkopplungskonstanten angegeben. Das gleiche gilt auch für die noch folgenden Parametersätze.

Tabelle 2

Parametersatz 070

$M = 938.926 \text{ MeV}$

Austausch- meson	T	$J^P$	$g^2$	f/g	m (MeV)	$\Lambda$ (MeV)
$\pi$	1	$0^-$	0.0789		138.03	1300
$\eta$	0	$0^-$	0.2562		548.8	1500
$\delta$	1	$0^+$	4.9973		983	1500
$\sigma$	0	$0^+$	7.8749		550	2000
$\rho$	1	$1^-$	0.95	6.1	769	1300
$\omega$	0	$1^-$	20	0	782.6	1500

Tabelle 3

Parametersatz D23

$$M = 938.926 \text{ MeV}; M_{\Delta} = 1232 \text{ MeV}$$

OBEF-Anteil:

Austausch- meson	T	J <sup>P</sup>	g <sup>2</sup>	f/g	m (MeV)	$\Lambda$ (MeV)
$\pi$	1	0 <sup>-</sup>	0.0778		138.03	1700
$\delta$	1	0 <sup>+</sup>	1.6		983	2000
$\sigma$	0	0 <sup>+</sup>	6.45		550	1500
$\rho$	1	1 <sup>-</sup>	0.9	6.1	769	1500
$\omega$	0	1 <sup>-</sup>	20	0	782.6	1500
<u>N<math>\Delta</math>-Boxen</u>						
$\pi$	1	0 <sup>-</sup>	0.1674		138.03	$\Lambda_{NN} = 1300$
$\rho$	1	1 <sup>-</sup>	3.7362	6.1	769	$\Lambda_{N\Delta} = 1050$ 1500
<u><math>\Delta\Delta</math>-Boxen</u>						
$\pi$	1	0 <sup>-</sup>	0.36		138.03	1050
$\rho$	1	1 <sup>-</sup>	15.51		769	1500

Tabelle 9

Parametersatz 061

$M = 939.926 \text{ MeV}$

Austausch- meson	T	$J^P$	$g^2$	f/g	m (MeV)	$\Lambda$ (MeV)
$\pi$	1	$0^-$	0.0778		138.03	1750
$\eta$	0	$0^-$	0.4271		548.8	1500
$\delta$	1	$0^+$	0.4850		938	2000
$\sigma$	0	$0^+$	13.1120		600	2000
$\rho$	1	$1^-$	0.9	6.6	769	1500
$\omega$	0	$1^-$	23		782.6	1500
$A_1$	1	$1^+$	5		1100	1500

Verzeichnis der verwendeten Literatur

- Bä68      Bäckmann  
          "A Calculation of Some Parameters in Migdal's Theory of Nuclei"  
          Nucl. Phys. A120 (1968) 593-621
- BjDr64    Bjorken, Drell  
          "Relativistische Quantenmechanik"  
          BI-Hochschultaschenbücher, Band 98
- Br64      Brandow  
          Dissertation Cornell Universität (1964)
- Br71      Brown  
          "Landau, Brueckner-Bethe and Migdal-Theories of Fermi-Systems"  
          Rev. Mod. Phys. 43, No. 1 (1971)
- Chu71    Suh Urk Chung  
          "Spin-Formalisms"  
          Lectures given at CERN, Geneva (1971)
- CSA69    Clement, Serduke, Afnan  
          "Calculations with Separable Nucleon-Nucleon-Potentials"  
          Nucl. Phys. A139 (1969) 719
- CS81      Celenza, Shakin  
          "Relativistic Many-Body Theory"  
          Phys. Rev. C24 (1981) 2704
- Day67    Day  
          "Elements of Brueckner-Goldstone-Theory of Nuclear Matter"  
          Rev. Mod. Phys. 39, No. 4 (1967) 719
- Day69    Day  
          "Four-Hole-Line Diagrams in Nuclear Matter"  
          Phys. Rev. 187 (1969) 1269
- Day78    Day  
          "Current State of Nuclear Matter Calculations"  
          Rev. Mod. Phys. 50 (1978) 495
- DNS85    Drozd, Nakayama, Speth  
          "Nuclear Medium Correction to the Free Hadron-Hadron-Interaction"  
          Vortrag auf der Int. Konferenz über "Antinucleon and Nucleon-Nucleus  
          Interaction" in Telluride, CO, USA (1985)
- DuBr84    Durso, Brown  
          "Chiral Symmetry and the  $A_1$ -Contribution to the Nucleon-Nucleon-  
          Interaction"  
          Nucl. Phys. A430 (1984) 653-669

- Erk74      Erkelenz  
"Current Status of the Relativistic Two-Nucleon One Boson Exchange Potential"  
Phys. Rep. 13, No. 5 (1974) 191-258
- EAH71      Erkelenz, Alzetta, Holinde  
"Momentum Space Calculations and Helicity Formalism in Nuclear Physics"  
Nucl. Phys. A176 (1971) 413-432
- HME85      Holinde, Machleidt, Elster  
noch nicht veröffentlicht
- HoMa76      Holinde, Machleidt  
"Effect of the  $\Delta(1236)$  Resonance on NN-Scattering, Nuclear Matter and Neutron Matter"  
Nucl. Phys. A280 (1977) 429-466
- HoMa78      Holinde, Machleidt, Anastasio, Faessler, Muther  
"Isobar Contributions to the Two-Nucleon Interaction Derived from Noncovariant Perturbation Theory"  
Phys. Rev. C18, No. 2 (1978)
- HoMa85      Holinde, Machleidt  
"Influence of Mesonic and Nuclear Selfenergies on the Binding Energy of Nuclear Matter"  
Phys. Lett. 152B, No. 5,6 (1985)
- HoMu81      Holinde, Mundelius  
"Approximations in OBE-Potentials and their Effect on Two-Nucleon Data"  
Nucl. Phys. A364 (1981) 365-382
- HoSe82      Horowitz, Serot  
"Relativistic Hartree-Fock Description of High-Density Nuclear Matter"  
Phys. Lett. 109B, No. 5 (1982) 341
- HoSe84      Horowitz, Serot  
"Two-Nucleon Correlations in a Relativistic Theory of Nuclear Matter"  
Phys. Lett. 137B, No. 5,6 (1984)
- HT70      Haftel, Tabakin  
"Nuclear Saturation and the Smoothness of Nucleon-Nucleon Potentials"  
Nucl. Phys. A158 (1970)
- Irw63      Irwin  
Dissertation Cornell Universität (1963)
- JaWi59      Jacob, Wick  
"On the General Theory of Collisions for Particles with Spin"  
Ann. Phys. 7 (1959) 404

- Jam83 Jaminon  
"Local and Non-Local Space-Like Fields in the Relativistic Description of Nucleon-Nucleus Scattering"  
Nucl. Phys. A402 (1983) 366-376
- Joa75 Joachain  
"Quantum Collision Theory", Appendix F  
North-Holland Publ. Comp. (1975)
- Ko74 Kotthoff  
"Über die Berücksichtigung mesonischer Freiheitsgrade im Zweiteilchenproblem und im Vielteilchenproblem"  
Dissertation, Universität Bonn (1974)
- Ma75 Mahaux, Jeukenne, Lejeune  
"Binding Energy of Nuclear Matter from a Physical Particle Spectrum"  
Nucl. Phys. A245 (1975) 411-428
- Ma80 Mahaux  
"Brueckner Theory of Infinite Fermi-Systems"  
aus: Guardiola, Ros (Hrsg.), "The Many Body Problem - Jastrow Correlations against Brueckner Theory"  
Springer (1980)
- Ma85 Machleidt  
"The Bonn-Potential and the Dirac-Brueckner Approach to Nuclear Matter"  
Vortrag auf der Int. Konferenz über "Antinucleon and Nucleon-Nucleus Interaction" in Telluride, CO, USA (1985)
- MaBr85 Machleidt, Brockmann  
"Relativistic Meson-Exchange NN-Interaction and Nuclear Matter in Dirac-Brueckner-Approach"  
Vortrag auf dem "Workshop on Dirac-Approaches to Nuclear Physics", LAMPF, Los Alamos, NM, USA (1985)
- Mi67 Migdal  
"Theory of Finite Fermi Systems and Application to Atomic Nuclei"  
John Wiley & Sons (1967)
- MK79 Mayer-Kuckuk  
"Kernphysik"  
Teubner Studienbücher (1979)
- ML64 Migdal, Larkin  
"A Phenomenological Approach to the Theory of the Nucleus"  
Sov. Phys. JETP Vol. 18, No. 3 (1964) 717
- Na85 Nakayama  
"Study of Nuclear Medium Effects on the Effective Interaction Based on the One-Boson-Exchange-Model"  
Dissertation, Universität Bonn (1985)

- No64      Nozières  
            "Theory of Interacting Fermi Systems"  
            W.A. Benjamin Inc. (1964)
- RB67      Rajaraman, Bethe  
            "The Three-Body-Problem in Nuclear Matter"  
            Rev. Mod. Phys. 39 (1967) 745
- RS80      Ring, Schuck  
            "The Nuclear Many-Body Problem"  
            Springer (1980)
- SACP83    Shakin, Anastasio, Celenza, Pong  
            "Relativistic Nuclear Structure Physics"  
            Phys. Rep. 100, No. 6 (1983) 327-401
- Sch83      Schütte  
            "On the Structure of Relativistic Hartree-Fock Theory"  
            Nucl. Phys. A411 (1983) 369
- Th70      Thomson  
            "Three-Dimensional Bethe-Salpeter Equation Applied to the Nucleon-  
            Nucleon-Interaction"  
            Phys. Rev. D1, No. 1 (1970) 110



### Danksagung

Zunächst möchte ich Herrn Prof. J. Speth für sein ständiges Interesse an meiner Diplomarbeit und seine wohlwollende Unterstützung danken.

Mein ganz besonders herzlicher Dank gilt Herrn Dr. K. Holinde für Zeit und Engagement, die er für die Betreuung dieser Arbeit aufbrachte. Weiterhin danke ich ihm und Herrn Dr. R. Machleidt für die Überlassung der Computerprogramme, die Ausgangspunkt für den numerischen Teil der Arbeit waren.

Herrn Dr. K. Nakayama danke ich für die Einführung in die Landau-Migdal-Theorie und für die geduldige Beantwortung der vielen Fragen, die ich zu diesem Thema hatte.

Für wertvolle Anregungen und Tips sowie klärende Diskussionen danke ich Frau Ch. Elster.

Für die zahlreichen Hilfestellungen bei der Bewältigung numerischer Probleme und der Bedienung des Computersystems möchte ich den Herren E. Brökel, R. Gissler, Dr. F. Grümmer und A. Schulte danken.

Danken möchte ich auch allen anderen Mitgliedern des Instituts für die freundliche Arbeitsatmosphäre und die stets vorhandene Hilfsbereitschaft. Dies gilt besonders für meine Kommilitonen R. Blüttgen, B. Holzenkamp und A. Nippe.

Ein ganz besonderes Dankeschön gilt Frau M. Heese, die diese Arbeit erst in die vorliegende Form gebracht hat.